

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 degli 8 quesiti in cui si articola il questionario.

**PROBLEMA 1**

Un filo metallico di lunghezza  $l$  viene utilizzato per delimitare il perimetro di un'aiuola rettangolare.

a) Qual è l'aiuola di area massima che è possibile delimitare?

Si pensa di tagliare il filo in due parti e utilizzarle per delimitare un'aiuola quadrata e un'altra circolare.

Come si dovrebbe tagliare il filo affinché:

b) la somma delle due aree sia minima?

c) la somma delle due aree sia massima?

Un'aiuola, una volta realizzata, ha la forma di parallelepipedo rettangolo; una scatola, cioè, colma di terreno. Si discute di aumentare del 10% ciascuna sua dimensione. Di quanto terreno in più, in termini percentuali, si ha bisogno?

**PROBLEMA 2**

È dato il triangolo ABC in cui:  $\overline{AB} = \frac{25}{2}$ ,  $\overline{AC} = 5\sqrt{5}$ ,  $\text{tg } \hat{A} = 2$ .

Determinare l'altezza del triangolo relativa al lato AB e tracciare la circonferenza  $\mathcal{C}$  avente centro in C e tangente al lato AB.

Dopo aver riferito il piano della figura a un conveniente sistema di assi cartesiani ortogonali, in modo, però, che uno degli assi di riferimento sia parallelo alla retta AB:

a) scrivere l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$ ;

b) trovare le coordinate dei vertici del triangolo e del punto D in cui la circonferenza  $\mathcal{C}$  interseca il segmento BC;

c) determinare l'equazione della parabola  $\mathcal{P}$ , avente l'asse perpendicolare alla retta AB, tangente in D alla circonferenza  $\mathcal{C}$  e passante per A.

**QUESTIONARIO**

1) Si calcoli, senza l'aiuto della calcolatrice, il valore di:  $\text{sen}^2(35^\circ) + \text{sen}^2(55^\circ)$ , ove le misure degli angoli sono in gradi sessagesimali.

2) Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione  $x + y - z = 0$ .

3) Della funzione  $f(x)$  si sa che è derivabile e diversa da zero in ogni punto del suo dominio e, ancora, che:  $f'(x) = f(x)$  e  $f(0) = 1$ . Puoi determinare  $f(x)$ ?

4) Luca e Claudia devono calcolare il valore di una certa espressione contenente logaritmi. Trovano come risultati rispettivamente:  $\log_2 27 + \log_2 12$  e  $2 + \log_2 81$ .

Amesso che il risultato ottenuto da Luca sia esatto, si può concludere che quello ottenuto da Claudia è sbagliato? Fornire una risposta esaurientemente motivata.

5) In un semicerchio di raggio  $r = 10$  e' inscritto un triangolo in modo che due vertici si trovino sulla semicirconferenza e il terzo vertice si trovi nel centro del cerchio. Qual e' l'area massima che puo' assumere tale triangolo?

6) Un'urna contiene 40 palline di cui 20 bianche, 15 rosse e 5 verdi. Qual e' la probabilità che estraendo una pallina essa sia:

- a) bianca;
- b) bianca o rossa;

Nel caso si decida di estrarre due palline, una successivamente all'altra, rimettendo la prima estratta nell'urna prima della seconda estrazione, determinare la probabilità che le palline estratte siano entrambe bianche.

Nel caso in cui, invece, si decida di estrarre due palline contemporaneamente, determinare la probabilità che le palline estratte siano entrambe bianche.

7) Sviluppare la seguente espressione:  $(1 + x)^4$ .

8) Stabilisci se alla seguente funzione  $f(x) = e^x + 2e^{-x}$  e' applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo  $[0; \ln 2]$  e, in caso affermativo, determina i punti  $c$  di cui il teorema garantisce l'esistenza.