

 progetto <b>ArAl</b>	2021/2022 2	<b>Cannucce &amp; Bicchieri</b>	1
--	----------------	---------------------------------	---

Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca	I	1	2	3	4	5	1	2	3	Francesca Oliviero e Rosaria Amato
---------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------------------

8 aprile 2022

1

*Commenti* **Giancarlo Navarra**

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La sezione gialla è composta da 25 bambini, 14 femmine e 11 maschi.

**L'ATTIVITÀ:** Le Insegnanti hanno proposto a tutti i bambini presenti l'attività di Cannucce e bicchieri in ordine crescente e decrescente.

1. Le Insegnanti hanno disposto i bambini in coppie in un tavolo in modo che tutte siano le une di fronte alle altre. Hanno consegnato ad ogni coppia nove cannuce ed un cartoncino con due bicchieri, precedentemente incollati, uno a destra con un pallino rosso ed uno a sinistra con un pallino verde. I colori stanno ad indicare loro la destra e la sinistra. A questo punto li invitano a distribuire nei bicchieri le cannuce in modo del tutto casuale.
2. I: Bambini quale coppia di voi ha messo nove cannuce a destra?
1. Lavinia: Noi! Nel bicchiere di destra ne abbiamo nove.
2. I: E nell'altro?
3. Lavinia: Nessuna, zero.
4. I: **Brava, ci dici tutto assieme ora?**<sup>1</sup>
5. Lavinia: Noi abbiamo messo nove cannuce nel bicchiere con il pallino rosso che si trova a destra e zero cannuce a sinistra nel bicchiere con il pallino verde.
3. I: Ma se ora ne metto una nel bicchiere di sinistra quante ne rimangono?
4. Aurora: Tutto il resto!
5. Sofia: Otto nel bicchiere di destra con il pallino rosso e ne abbiamo una nel bicchiere con il pallino verde che sta a sinistra.
6. I: Ora ci dite secondo voi dopo che coppia dobbiamo cercare?
7. Lapo: Quella che abbiamo noi! A destra nel bicchiere con il pallino rosso sette cannuce e nel bicchiere verde di sinistra due cannuce.
8. I: Ed ora? Chi di voi ha la prossima coppia?
9. Mattia: Sì, noi. Ne abbiamo messe sei a destra e tre a sinistra.
10. I: Ed ora andiamo avanti, nel bicchiere di destra quante ne dobbiamo trovare?
11. Alex: Sette.
12. I: Sicuro? Bambini ha detto bene Alex?
13. Aron: No. Dobbiamo cercare la coppia con cinque cannuce a destra.
14. I: Bambini, visto che non c'è facciamola insieme, spostiamo le cannuce e mettiamole in maniera corretta.
15. Aron: Ora noi ce l'abbiamo. Cinque cannuce a destra e quattro nel bicchiere con il pallino verde a sinistra.
16. I: Ok, bene. Quindi ora vediamo andando avanti quale coppia mettiamo?
17. Samuel: La nostra! NOI abbiamo messo quattro a destra e cinque a sinistra.
18. I: Samuel come hai fatto a capire la destra e la sinistra?
19. Samuel: Dai pallini! A destra è rosso e a sinistra è verde.
20. I: Ora che coppia ci mettiamo accanto? Dobbiamo formarla insieme perché anche questa non l'avete nessuno di voi.
21. Emma: Dobbiamo metterne tre a destra e sei a sinistra.
22. I: Bene. Emma, fatelo voi e mettiamole in fila accanto all'altra coppia. Ora bambini quali numerini dobbiamo cercare?
23. Sofia: Due cannuce a destra e sette a sinistra.
24. I: Giusto Sofia! Allora contiamo insieme bambini e formiamo anche questa coppia! Forza siamo quasi arrivati al traguardo! Diteci ora chi ha la prossima coppia?
25. Rachele: Noi abbiamo messo una cannuccia nel bicchiere con il pallino rosso a destra e otto a sinistra nel bicchiere con il pallino verde.
26. I: quindi ora siamo arrivati, cosa troviamo?
27. Samuel: Zero cannuce a destra nel bicchiere con il pallino rosso e nove nel bicchiere con il pallino verde che è la sinistra.
28. I: Bravi bambini! Ed ora contiamo insieme tutte le cannuce dei bicchieri di destra con il pallino rosso.
29. Tutti: Nove, otto, sette, sei, cinque, quattro, tre, due, uno, zero.
30. I: Ed ora contiamo insieme le cannuce dei bicchieri di sinistra.
31. Tutti: Zero, uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove.

<sup>1</sup> *Ottima consegna.*


	2021/202 2	Cannucce & Bicchieri	2
---	---------------	----------------------	---

<i>Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca</i>	<b>I</b>	1	2	3	4	5	1	2	3	<i>Francesca Oliviero e Rosaria Amato</i>
--	----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

2

---

<sup>2</sup> *L'attività in sé va bene. Per il futuro, un diario è tanto più interessante quanto più le insegnanti propongono situazioni nuove, anche per loro, che stimolino i bambini ad esplorare e a verbalizzare. Ne parleremo durante l'incontro.*

		2021/22	Cannucce & Bicchieri						1		
Fucecchio FI – C'era una volta		I	1	2	3	4	5	1	2	3	Corrada Casto, Mariagrazia Vivaldi

Data (06/04/22)

*Commenti: Insegnanti di classe: Corrada Casto, Mariagrazia Vivaldi*

*Commenti: Giancarlo Navarra*

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La sezione Gialla della scuola dell'infanzia " C'era una volta " è composta da 22 bambini di 5 anni di cui 1H.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** I bambini hanno lavorato nei giorni precedenti sul concetto di destra e di sinistra e poi hanno realizzato delle tessere raffiguranti loro, i bicchieri, le cannuce e i numeri da 0 a 10. Tali tessere li hanno aiutati a favorire la verbalizzazione aggiungendo ogni volta delle paroline. Infine abbiamo cercato di spiegare loro cosa significasse il termine 'coppia', dopo di che abbiamo consegnato ai bambini, mentre eravamo ancora seduti sulle panchine, un vassoio con due bicchieri già incollati: a destra c'è il bicchiere contrassegnato da un pallino rosso e alla sinistra il bicchiere contrassegnato da un pallino verde.

*Attività: Cannucce e Bicchieri.*

1. I: Bambini cosa vedete? Raccontateci...
2. Raffaele: Abbiamo usato dei bicchieri e delle cannuce...
3. I: Sì Raffaele, però se non ricordo male nei bicchieri c'erano dei pallini giusto? Bambini vi ricordate cosa significano questi pallini?
4. Raffaele: Il rosso destra e il verde sinistra.<sup>1</sup>
5. I: Bravo Raffaele... bambini poi cos'altro vedete?
6. Sofia: I bicchieri sono incollati sopra un vassoio e poi avevamo messo delle cannuce.<sup>2</sup>
7. I: Le maestre quante cannuce vi hanno dato? Provate a contarle.
8. Carlotta: Sette cannuce.
9. I: E voi come l'avevate sistemate?
10. Sofia: Io ero in coppia con Vittorio.
11. I: Vittorio allora ce lo vuoi spiegare tu?
12. Vittorio: Abbiamo messo tre cannuce nel bicchiere col pallino verde e quattro cannuce nel bicchiere col pallino rosso.<sup>3</sup>
13. I: Bene... ora sediamoci in coppia ai tavoli e Vittoria ci dirà come dovete sistemare il vassoio con i bicchieri.
14. Vittoria: Il bicchiere col pallino verde a sinistra e il bicchiere col pallino rosso a destra.<sup>4</sup>
15. I: Ok perfetto... io adesso vi do sette cannuce e voi controllerete se sono giuste... (si fa finta di sbagliare e ne diamo a qualcuno in più e a qualcun altro in meno).<sup>5</sup>
16. Sofia: Io ne ho sei.
17. I: Allora cosa dobbiamo fare?
18. Sofia: Me ne manca una.
19. Fatima: Io invece ne ho otto...
20. I: Allora Fatima contale... quante me ne devi dare?

<sup>1</sup> Naturalmente la risposta è corretta, ma sarebbe comunque meglio prendere l'abitudine di guidare i bambini, con la necessaria cautela che le insegnanti conoscono molto bene, verso frasi il più possibile complete, e quindi verso l'uso di uno o più verbi. In questo caso: "Il bicchiere rosso sta a destra e il bicchiere verde (sta a) a sinistra". Naturalmente sono possibili varianti del tipo "quello verde" senza ripetere "il bicchiere" o non ripetere "sta a". Un'insegnante dell'infanzia in casi come questo proponeva ai bambini una scelta: di fronte alla frase di Raffaele (4) avrebbe raccontato: "Un bambino di un'altra scuola ha detto: 'Il bicchiere rosso è a destra e il bicchiere verde è a sinistra'. Quale bambino ha spiegato meglio?" Se, com'è probabile, almeno alcuni bambini indicassero la seconda frase, si potrebbe portarli a collegare la chiarezza con il numero delle parole. Poi l'insegnante avrebbe fatto contare le parole delle due frasi e si sarebbe giunti alla conclusione che il bambino dell'altra scuola ha saputo mettere insieme più parole (13 contro 5). Poi forse avrebbe chiesto di confrontarle per vedere cosa pensino i bambini di questa conclusione e cosa dicano di quei due 'è'.

<sup>2</sup> Brava Sofia! Una verbalizzazione così va posta in evidenza esaltando la sua qualità (numero di parole, chiarezza, ecc).

<sup>3</sup> Anche questa è un'ottima verbalizzazione.

<sup>4</sup> La frase è lunga, ma anche in questo caso sarebbe necessario che venisse inserito almeno un verbo.

<sup>5</sup> Buona strategia seguita dalle insegnanti, impone la necessità di un controllo da parte dei bambini, ed è bene indurre l'importanza di una verifica fin da questa età.

		2021/22	Cannucce & Bicchieri						2		
Fucecchio FI – C'era una volta		I	1	2	3	4	5	1	2	3	Corrada Casto, Mariagrazia Vivaldi

21. Fatima: Uno, due, tre, quattro, cinque, sei... Una?
22. I: Perfetto, brava.<sup>6</sup>
23. I: Adesso quante cannuce avete?
24. Tutti: Sette...
25. I: Adesso sistemate le sette cannuce dentro i bicchieri, però ricordatevi che ci sono tanti modi diversi di come metterle.
26. *I bambini lavorano.*
27. I: Domanda? C'è qualcuno che ha messo zero cannuce nel bicchiere col bollino verde e sette nel bicchiere col bollino rosso?
28. Tutti: Sì... No...
29. I: Scusate bimbi ma prima di rispondere provate a contarle per bene...
30. Manuel: Io ce l'ho, zero nel bicchiere verde e sette ce l'ho nel bicchiere rosso...
31. I: Molto bene Manuel... allora questi li mettiamo in mezzo al tavolino...
32. I: Adesso secondo voi dopo questa coppia di bicchieri che coppia dobbiamo mettere?
33. *Silenzio...*
34. I: Vi spieghiamo meglio, secondo voi ora nel bicchiere col pallino verde quante cannuce dobbiamo mettere?
35. Marta: Zero...
36. I: No, Marta zero c'è già...
37. Matteo: Allora... uno....
38. I: Sì, Matteo, però cerca di spiegare meglio sennò i tuoi amici non capiscono.<sup>7</sup>
39. Matteo: Nel bicchiere col pallino verde ci vuole una cannuccia e nel bicchiere col pallino rosso...
40. I: Allora Matteo contale, quante cannuce ci sono nel bicchiere con il pallino rosso?
41. Matteo: Li ho contati ce ne sono sei...
42. I: Bene Matteo.
43. I: Adesso bambini cosa sarebbe meglio mettere qui dopo il bicchiere verde con una cannuccia?
44. Sofia: Due cannuce in quello verde...
45. I: Brava Sofia, c'è qualcuno che ce l'ha?
46. Vittoria: Io!
47. I: No, Vittoria, siete una coppia quindi si dice noi, perché siete in due.
48. Vittoria: Sì maestra... noi.
49. I: Adesso guardate di nuovo bene e ci dite che coppia di bicchieri ci vuole dopo il tre?
50. Carlotta: Ci manca il bicchiere con quattro cannuce dentro il bicchiere verde e due nel bicchiere rosso...
51. I: Adesso andate avanti voi da soli... individuate le coppie giuste...
52. Amelia: Adesso cinque cannuce nel bicchiere verde e una nel bicchiere col bollino rosso...
53. I: Bravissima...
54. Alessandro: Ora sei cannuce nel bicchiere verde e una nel bicchiere rosso...
55. I: Benissimo Alessandro... e per concludere bambini?
56. Tutti: Sette cannuce nel bicchiere col pallino verde e zero cannuce nel bicchiere con il pallino rosso.
57. I: Adesso proviamo a contarli tutti insieme messi nell'ordine giusto?
58. Tutti: Zero, uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette...
59. I: E poi? Sette, sei, cinque, quattro, tre, due, uno, zero...
60. I: Adesso che avete descritto tutti cosa avete fatto, passiamo a disegnare. Disegnate sul foglio che vi consegniamo, le cannuce con i bicchieri che vedete davanti a voi.
61. *I bambini iniziano a disegnare, una volta che tutte le coppie sono state disegnate si dispongono i disegni sul tavolo.*<sup>8</sup>

(v. Pagina successiva)

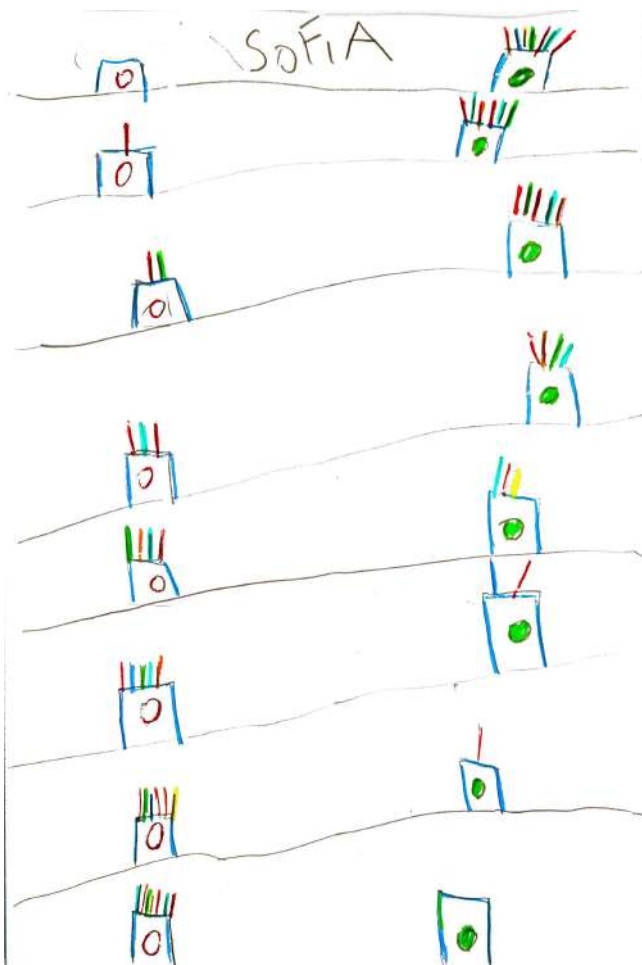
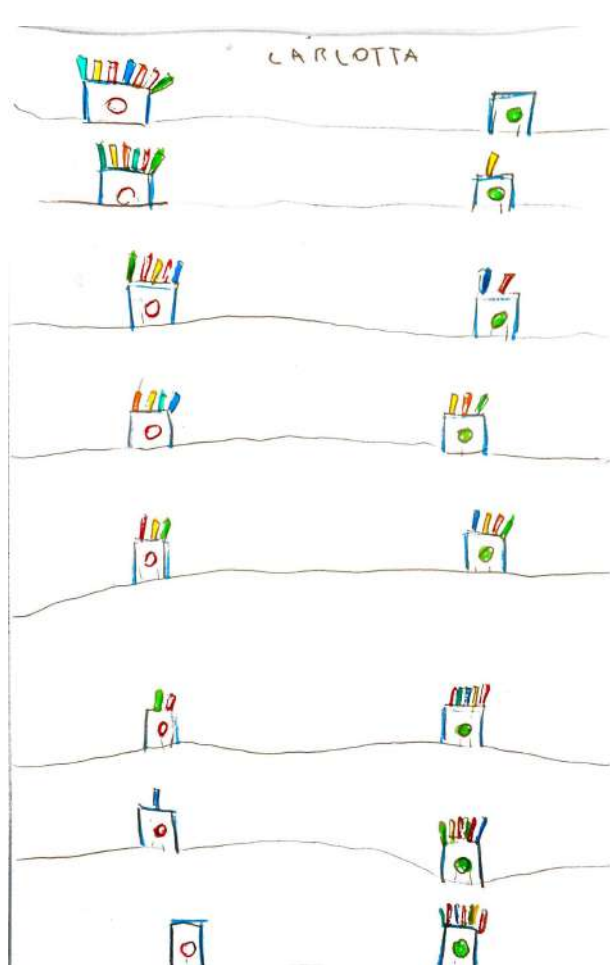
<sup>6</sup> Fatima si sente approvata perché ha fatto una conta corretta. Suggesto di chiedere, almeno ogni tanto, e senza insistere troppo se il bambino non sa rispondere, "Ci spieghi come hai fatto capire che me ne devi dare solo una?".

<sup>7</sup> Ottimo intervento, da ripetere ogni volta che se ne presenta l'occasione. Dovrebbe diventare poco alla volta un'abitudine.

<sup>8</sup> I bambini hanno disegnato quasi tutti in modo corretto seguendo l'ordine delle cannuce crescente/decescente.

	2021/22	Cannucce & Bicchieri	3
---	---------	----------------------	---

Fucecchio FI - C'era una volta	I	1	2	3	4	5	1	2	3	Corrada Casto, Mariagrazia Vivaldi
--------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------------------



		2021/2022 2	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					1				
San Pierino- IC "Montanelli Petrarca"			1	1	2	3	4	5	1	2	3	Eleonora Condoluci

Data  
1

Commenti *Giancarlo Navarra*

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 3 sez. U è composta da 19 alunni, 10 maschi e 9 femmine. E' presente un alunno disabile affetto da spettro autistico. Sono presenti alunni di nazionalità non italiana: un peruviano, due marocchini, due senegalesi e un cinese. La classe è tranquilla, partecipativa e attiva.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** L'insegnante ha proposto una situazione problematica reale a tutto il gruppo classe. Circa un mese fa le insegnanti hanno organizzato una gita per portare gli alunni a visitare una fattoria didattica. I bambini erano curiosi di sapere se ci sarebbero stati sufficienti posti sul pulmino per tutta la classe e per i 4 insegnanti accompagnatori. L'insegnante ha suggerito loro di trasformare questa situazione in un problema da presentare a Brioshi!

**IL PROBLEMA:**

Testo: I 19 alunni della classe terza con i loro 4 insegnanti, vanno a visitare una fattoria. Per il viaggio prenotano un pulmino. Se rimangono liberi 10 posti, quanti sono tutti i posti a sedere del pulmino? <sup>1</sup>

1. L'insegnante chiede agli alunni di rappresentare il problema in modo che Brioshi possa risolverlo.
2. I: Cominciamo a scrivere gli enti conosciuti, gli enti sconosciuti e le relazioni tra loro.
3. Niccolò: Noi siamo 19 in classe e 4 siete voi maestre.
4. Cecilia: I posti liberi sono 10. <sup>2</sup>
5. I: Bene, quindi cosa dobbiamo fare? <sup>3</sup>
6. Niccolò: Io farei  $19+4=23$  e scopro quanti siamo noi alunni e voi maestre a salire sul pulmino. <sup>4</sup>
7. Matilde: Rimangono liberi 10 posti e quindi si fa una sottrazione:  $23-10$ .
8. Thiago: Io farei  $23+10$  perché nella domanda c'è scritto: Quanti sono tutti i posti a sedere sul pulmino?
9. Thiago: Anche se c'è scritto "rimangono" non vuol dire che dobbiamo fare una sottrazione.
10. Martina: Infatti! Dobbiamo aggiungere 10 al 23 e così scopriamo quanti sono in tutto i posti sul pulmino.
11. Matilde: Ho capito!
12. I: Siete tutti d'accordo?
13. Classe: Sìii!
14. I: Adesso cosa dobbiamo fare per tradurre le vostre frasi in linguaggio matematico?
15. Aurora:  $19+4=23$   $23+10=33$ .
16. Matilde: I posti del pulmino sono 33.
17. I: In questo modo sono venute fuori due operazioni. Come si potrebbe fare per averne una sola?

<sup>1</sup> La consegna è procedurale: i risolutori rimangono come il solito gli alunni. Una consegna in chiave relazionale deve essere costruita in modo tale che il risolutore sia Brioshi: Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa trovare il numero dei posti a sedere nel pulmino'.

Gli alunni vanno guidati innanzitutto a definire gli enti (non importa se noti o sconosciuti):

19 Numero degli alunni

4 Numero degli insegnanti

10 Numero dei posti liberi

p numero dei posti del pulmino

Un buon percorso verso la scrittura matematica passa attraverso la costruzione di una definizione di ciò che è questo numero, per esempio:

Il numero dei posti a sedere = la somma fra il numero dei bambini, quello degli insegnanti e quello dei posti liberi.


Usando la strategia dei colori si perviene alla traduzione della frase in linguaggio matematico:

$$p = 19 + 4 + 10.$$

<sup>2</sup> Qui sarebbe importante sapere se e come Nicolò, o Cecilia, o qualche compagno, ha tradotto queste parole in linguaggio matematico. Se questo non viene fatto come si può impostare il messaggio per Brioshi?

<sup>3</sup> Il "Bene" dell'insegnante a cosa si riferisce? Gli alunni non hanno rappresentato gli enti, hanno semplicemente elencato i dati che serviranno loro per risolvere il problema. L'atmosfera in cui lavorano gli alunni è procedurale e i termini che l'insegnante usa nel suo primo intervento (1): 'rappresentare' e 'Brioshi' rimangono del tutto marginali.

<sup>4</sup> Per inesperienza, l'insegnante non si accorge che gli alunni stanno risolvendo il problema come il solito, e non impostando una rappresentazione.

		2021/2022 2	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico						2			
San Pierino- IC "Montanelli Petrarca"			I	I	2	3	4	5	I	2	3	Eleonora Condoluci

18. Andrea: Potremmo usare le parentesi per fare una sola operazione.
19. I: *Ok, prova!*
20. Andrea:  $(19+4)=23$ .
21. Insegnante: **Attento! Così scrivi sempre due operazioni.**<sup>5</sup>
22. Aurora: Apro parentesi  $(19+23+10)=33$ .
23. Thiago: La parentesi va chiusa!
24. Martina: Dobbiamo risolvere prima quello che c'è dentro la parentesi.
25. I: *Prova a dirmi come faresti tu.*
26. Thiago: Io farei  $(19+4)+10= 23+10=33$ .
27. I: *Voi cosa ne pensate?*
28. Classe: Va bene, ora Brioshi riuscirà a capire il problema!
29. I: *Speriamo di sì! Bravi!*<sup>6</sup>

<sup>5</sup> *Qui sarebbe importante riflettere assieme agli alunni sul significato della parentesi scritta in questo modo, riflettere cioè sulla sintassi della frase. Sarebbe come se l'insegnante d'italiano ponesse in discussione una frase come "Il cane abaià". La riflessione potrebbe proseguire con l'intervento di Aurora (22) che commette un altro errore sintattico (non chiude la parentesi); se questo avvenisse in una frase in lingua italiana, l'insegnante negozierebbe con la classe il significato delle parentesi. Per favorire la maturazione del balbettio algebrico, è necessario che gli alunni diventino autonomi verso un uso consapevole delle parentesi e, in generale, dei simboli del linguaggio matematico. Un grande cambiamento inizia quando l'attenzione si sposta dalle operazioni da svolgere (consueto punto di vista aritmetico-procedurale) al linguaggio usato dagli alunni. Anche qui possiamo pensare all'analogia con la lingua italiana: come si comporterebbe l'insegnante se un alunno raccontasse cosa ha fatto la domenica ma lo facesse attraverso una scrittura piena di errori? Evidentemente punterebbe a coinvolgerlo nella loro correzione; lo stesso dovrebbe fare il docente di matematica, in modo che sia la classe ad esprimersi sulla natura dell'errore. Se questo non avviene, gli alunni consolidano la convinzione che l'importante è trovare le operazioni e fare i calcoli e il resto non conta: quanto più questa convinzione è radicata, tanto più può essere considerata irreversibile. La semantica e la sintassi del linguaggio matematico devono diventare dei valori condivisi dal docente e dagli alunni, esattamente come avviene per il linguaggio naturale.*

<sup>6</sup> *Ritengo che si stia travisando il senso dell'uso di Brioshi. Non è una scrittura 'vada bene se Brioshi capisce il problema', come sembra emergere dall'intervento (28) dell'insegnante. La classe ha il compito di inviare a Brioshi una scrittura ma non il testo del problema, che oltretutto lui non saprebbe leggere. A questo punto, il compito di Brioshi è di interpretare la frase che riceve, in questo caso:*

$$p=(19+4)+10,$$

*ed intervenire su di essa per trovare il valore di p. Cioè: **lui risolve le operazioni, non il problema**. La classe semplicemente attende la sua risposta (Brioshi non ha idea di cosa sia 'p':*

$$p=33.$$

*Un Brioshi 'vicino di casa' potrebbe anche essere la classe accanto, che non sa su quale problema abbiano lavorato i compagni che inviano il messaggio (potrebbero essere fiori, o animali, o matite). I compagni-Brioshi risolverebbero l'espressione e restituirebbero alla classe il valore di p (eventualmente potrebbero anche spiegare, in linguaggio matematico, come hanno fatto). Rimanendo all'interno della stessa classe, gli alunni potrebbero dividere la loro attività in due fasi: (a) prima rappresentano il problema; (b) poi si mettono nei panni di Brioshi e trovano p.*

*L'attività, com'è stata gestita dall'insegnante, è una normale attività di soluzione di un problema standard, sia nel testo che nella consegna.*

*Dedicheremo uno dei due incontri della prossima settimana ad una riflessione sui diari di Fucecchio, ben quattro, due della primaria e due della secondaria.*

		2016/17	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico	1
---	---	---------	--	---

FucecchioFI	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Anna Mostardini
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

6/04/2022

1

[Commenti Insegnante di classe](#)

[Commenti Giancarlo Navarra](#)

[Commenti Mary Della Picca](#)

[Commenti Anna Traverso](#)

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 2A è composta da 15 alunni, 3 femmine e 12 maschi. Sono presenti un alunno disabile, due cinesi, due B.E.S., di cui uno in via di certificazione.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** L'insegnante ha proposto la situazione problematica a tutto il gruppo classe.

**ATTIVITÀ:** Durante l'anno noi registriamo il tempo meteorologico attraverso un calendario dove attacchiamo dei cartellini con i simboli del METEO e gli avvenimenti principali del mese. Alla fine di ogni mese togliamo e contiamo i vari cartellini-meteo per poi trasformare tali informazioni in un ISTOGRAMMA. Stamattina, dopo che alcuni bambini hanno tolto, contato i cartellini e registrato le varie informazioni, ho posto la seguente domanda: Come facciamo ad essere sicuri che i bambini che hanno contato i cartellini-meteo hanno contato bene o si sono imbrogliati in qualche modo?

1. Matteo: Ogni giorno deve avere un cartellino...
2. Leonardo: Basta guardare se sono rimasti dei cartellini attaccati.
3. I: Basta fare quello che ha detto Leonardo per essere sicuri che il numero dei cartellini-meteo sia giusto? Può bastare questo?
4. Damiano: Potrebbero avere contato male.
5. I: E allora?
6. Leonardo: Contandoli te. <sup>2</sup>
7. I: No, no... dovete trovare voi il modo.
8. Damiano: Mettendo tutti i numeri insieme se fanno 31 giorni.
9. I: Proviamo a dirlo meglio. <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Al posto di commentare provo a suggerire all'insegnante qualche intervento che l'avrebbe aiutata nell'attività:

I: Bambini, prima di tutto proviamo a raccontare questa situazione con le parole... in linguaggio naturale.

<sup>2</sup> Non conosco Leonardo, ma nel ricevere una risposta di questo tipo, così familiare, sbrigativa, direi anche poco adatta ad una discussione di classe, è opportuno che l'insegnante non l'accetti, come invece fa (7) e intervenga chiedendo all'alunno di spiegarsi più chiaramente e in modo completo. Invito ad essere esigenti su questo piano, soprattutto per far maturare la consapevolezza dell'alunno. Sono d'accordo e aggiungo che l'intervento di Leonardo rivela un atteggiamento tipico e molto diffuso negli alunni. Accade quando il rapporto tra allievi e docente è governato da una sorta di clausola implicita che delega a quest'ultimo il compito di validare le affermazioni dell'allievo. In quest'ottica l'allievo esaurisce il suo compito nell'eseguire la consegna, spetterà poi all'insegnante verificarne la correttezza. Giustamente l'insegnante (7) rimanda la palla agli allievi; dovrebbero essere loro infatti, una volta individuata una strategia per l'esecuzione del compito, non solo a doverne dar conto all'insegnante, ma a giustificarla di fronte alla classe (cfr. Brousseau, 'processo di validazione').

<sup>3</sup> L'invito che l'insegnante rivolge all'allievo è troppo generico. Damiano dovrebbe spiegare la ragione di quel 31 (es. "Tutti i cartellini dovrebbe essere 31, perché il mese di marzo ha 31 giorni"), dovrebbe poi chiarire che cosa intenda con 'mettendo tutti i numeri insieme'. Quali sono e che cosa rappresentano questi numeri? Quando Mario B (10) dice "Allora devi fare 19 più 10 più 1 più 1" cerca di rispondere alla sollecitazione dell'insegnante, ma chi è estraneo alla situazione non può capire che cosa quei numeri rappresentino, può al massimo ipotizzarlo (potrebbero riferirsi al numero di giorni di sole o di pioggia o di nebbia...). Credo si possa fare questa riflessione: se si assume l'idea che la matematica sia un linguaggio, occorre avere presente che, qualunque sia il sapere in gioco, questo deve essere comunicabile, cioè reso comprensibile anche da chi è estraneo al contesto. Il fatto che gli alunni stiano lavorando con materiale concreto (i cartellini da contare) e siano 'dentro' la situazione oggetto di esplorazione non dovrebbe esonerarli dal compito di individuare e dare un nome a tutti gli enti in gioco e alla relazione tra gli enti, è questo passaggio infatti a rendere possibile una verbalizzazione della situazione che diventi 'traghetto semantico' verso la traduzione matematica. Penso ad una frase di questo tipo: '31 è uguale alla somma del numero di giorni di sole, del numero di giorni di pioggia, di quello dei giorni di...' oppure '31 è uguale alla somma tra il numero di cartellini con il simbolo del sole, quello dei cartellini con il simbolo della pioggia...'. Una buona strategia per indurre gli alunni a

	2016/17	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico	2
---	---------	--	---

FucecchioFI	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Anna Mostardini
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

10. Mario B: Allora devi fare 19 più 10 più 1 più 1.
11. I: **E cosa vuol dire fare 19 più 10, più 1 più 1? Cos'è?**<sup>4</sup>
12. Mario B: È un'operazione... un'addizione. Devo addizionare, sommare e si vede quando li hai addizionati se il numero viene 31 come i giorni.<sup>5</sup>
13. I: **Siete d'accordo?**<sup>6</sup>
14. Alunni: Sì.
15. I: **Come faccio a far capire a Briosci che non capisce l'italiano quello che dobbiamo fare?**<sup>7</sup>
16. Damiano: **La somma dei cartellini deve essere uguale a 31.**<sup>8</sup>

*rendere esplicito ciò che nella comunicazione in classe è spesso dato per scontato è quella di immaginare di dover spiegare ciò che gli alunni stanno facendo o dicendo ad un compagno assente o agli alunni di un'altra classe.*

<sup>4</sup> *Un dialogo possibile:*

*I: Potresti spiegare anche cosa sono 19, 10, 1 e 1 e perché li metti tutti assieme? (Io ho considerato 19, 10, 1 e 1 come numero di giorni, pensando alle tacche dell'istogramma, ma si può fare lo stesso parlando di "numero di cartellini per i giorni di bel tempo" ecc. ecc.)*

*La risposta attesa dovrebbe essere più o meno questa:*

*Al: 19 è il numero dei giorni di..., 10 è il numero dei giorni di..., 1 è il numero dei giorni di, 1 è il numero dei giorni di...*

*I: E perché li consideri tutti assieme?*

*Al: Perché la loro somma deve essere uguale al numero dei giorni del mese in questione (quello che prova a dire Mario B. alla riga 11).*

<sup>5</sup> *Questo è un intervento molto importante perché, sia pure nel balbettio che mischia il procedurale con il relazionale (operazione... addizione... sommare), Mario B. si rappresenta mentalmente un confronto fra il numero dei giorni di quel mese e la somma fra il numero dei giorni di bel tempo, quello dei giorni di pioggia ecc. ecc.; confronto che andava valorizzato perché è quello che porta proprio all'equazione per gioco. La frase finale completa si presta anche a essere scritta per poi colorare i vari enti in gioco e, passo passo, usare gli stessi colori nella successiva rappresentazione in linguaggio matematico.*

<sup>6</sup> *Io qui avrei proposto una rappresentazione grafica del confronto per far emergere l'uguaglianza (v. la strategia delle 'Scene dinamiche'): immagine meglio ancora con le varie strisce divise in quadretti, che io non riuscivo a fare...*

*Questa rappresentazione dà modo di apprezzare l'uguaglianza, di rievocare il segno = guardando le due righe verticali rosse, di preparare ad altre situazioni future in cui una parte delle strisce rappresenterà un numero non ancora conosciuto per arrivare alla risoluzione dell'equazione.*

*Da qui poi sarei andata a trascrivere la situazione in linguaggio matematico:*

*31=19+10+1+1 dove 19+10+1+1 non rappresenta un'addizione, ma il numero 31 in forma non canonica, ossia il numero totale dei giorni registrati sull'istogramma, uguale al numero dei giorni di quel mese.*

*Se avessero sbagliato, nella rappresentazione grafica sarebbe mancato o avanzato un pezzettino di striscia...*

*In caso di errori, si sarebbero potute rappresentare situazioni come:*

*31≠19+8+1+1 oppure 31≠19+10+1+3.*

<sup>7</sup> *Di solito si interpella Brioshi per dargli un compito espresso in linguaggio matematico che lui possa comprendere e quindi eseguire; qui i giochi sono già fatti, lui potrebbe solo constatare che 31=19+10+1+1, quindi direi che stavolta non occorre coinvolgerlo. Sono d'accordo con il commento: quale dovrebbe essere in questo contesto la funzione attribuita a Brioshi? La questione è poco chiara, tant'è che nelle ultime battute del diario, proprio quando, secondo quello che sembra essere l'intento dell'insegnante, gli alunni arrivano a riconoscere nella situazione una 'somma' (16) e a rappresentarla correttamente (20), le cose tornano ad ingarbugliarsi (22).*

<sup>8</sup> *È interessante confrontare l'intervento di Damiano ('la somma dei cartellini deve essere uguale a 31') con quello appena sopra (12) del suo compagno ('devo addizionare, sommare e si vede quando li hai addizionati se il numero viene 31 come i giorni'). Il primo va nella direzione di spiegare 'che cos'è' 31, intravedendo nella situazione una relazione di uguaglianza, il secondo rimane ancorato all'idea di 'somma' come operazione che deve produrre un risultato. Resta il fatto che il compito è di natura aritmetica, non c'è un numero sconosciuto, tutti gli enti sono noti, si tratta in ultima istanza di verificare se, come indica la consegna di lavoro, 'i bambini che hanno contato i cartellini-meteo hanno contato bene'. Questo compito potrebbe essere affidato a Brioshi, attraverso un messaggio di questo tipo: '19+10+1+1=?=31', chiedendogli cioè, nell'unico linguaggio che i bambini e Brioshi hanno in comune: 'È vero che 19+10+1+1 è uguale a 31?'. Si tratta tuttavia di un compito che la possibilità di una verifica empirica rende in qualche modo superato, poco significativo. Forse sarebbe stato più stimolante utilizzare Brioshi per un'espansione successiva dell'attività verso l'introduzione del numero sconosciuto. Es. 'Ora che abbiamo scoperto come si rappresenta la somma del numero di tutti i cartellini e abbiamo verificato che questa somma è uguale a 31, proviamo a mandare un indovinello a Brioshi; gli nascondiamo uno dei numeri della nostra somma, ad esempio il*

		2016/17	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico	3
---	---	---------	--	---

FucecchioFI	I	I	<b>2</b>	3	4	5	1	2	3	Anna Mostardini
-------------	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	-----------------

17. I: Adesso la sappiamo?  
 18. Alunni: No.  
 19. I: E allora?  
 20. Mario B viene alla lavagna e scrive  $19+10+1+1=31$ .  
 21. I: Siete sicuri? C'è un altro modo?  
 22. Damiano: Prima scrivo  $? = 31$  e poi faccio il calcolo.  
 23. I: Ma il punto di domanda sta al posto di cosa?


9

numero dei giorni di sole e vediamo se lui riesce a scoprirlo, però dobbiamo mandargli un messaggio che lui possa capire. Come possiamo fare?'

<sup>9</sup> DIFFICOLTÀ, RIFLESSIONI:

- Le difficoltà incontrate riguardano soprattutto me stessa nel senso che devo cercare di formulare domande che spingano i bambini alla riflessione, al ragionamento senza aiutarli troppo nel trovare la strategia più giusta. Trovo anche che questi bambini in generale riflettano poco, forse sarò capitata in un'annata particolarmente problematica, ma la maggior parte di loro fa veramente fatica a fermarsi a riflettere, a ragionare, a pensare prima di esporre la propria idea, ad argomentare. Tendono a "sparare" senza pensare a ciò che veramente è stato richiesto loro. Questo purtroppo non succede soltanto a matematica, ma anche nelle altre materie.
- Di solito in prima e in seconda non davo molta importanza al lessico specifico, mi concentravo sui concetti dell'addizione... della sottrazione... sulla comprensione del testo del problema. Quindi ho cercato di spronarli a utilizzare termini più appropriati.
- "Differenza", questo termine mi ha messo e mi mette in difficoltà nel senso che per me della scuola primaria la sottrazione è anche resto, parte complementare... Devo cercare di vedere le operazioni e le relazioni fra i numeri staccate dai problemi... il lavoro con le piramidi per questo è molto utile. Deve essere un lavoro fatto sia in parallelo che intersecato.
- Molto utile, forse lo sarebbe anche per i bambini, non lo so, non ho provato, è stato rivedermi il video dell'attività svolta. Quante cose da modificare!!! Cercherò di fare del mio meglio. È faticoso, occorre più tempo per svolgere una didattica di questo tipo e spesso i risultati sono a lungo termine.

Le difficoltà dell'insegnante sono comprensibili e in qualche modo inevitabili. Non si tratta soltanto per lei di misurarsi con una didattica nuova, di cui ancora non ha fatto esperienza, ma di guardare da subito la sua lezione attraverso una lente d'ingrandimento (il diario) capace di indagare anche i più piccoli gesti ed interazioni verbali di cui si compone un'attività d'aula. Questa è una delle ragioni che rendono interessante il suo diario, come altri dello stesso tipo, e prezioso il suo lavoro dal punto di vista della sperimentazione e della ricerca. Quanto alla classe, non sarei tanto pessimista nel valutare l'atteggiamento degli alunni; leggendo il diario non sembrano bambini incapaci di riflettere e di ragionare, direi anzi che sono stati in grado di inquadrare i termini del problema fin dalle prime battute. Come ho già detto in un commento precedente l'obiettivo dichiarato è di natura aritmetica (il conteggio dei cartellini) e anche la ricerca di una rappresentazione matematica corretta rimane in un ambito del tutto procedurale, è quindi normale che le risposte degli alunni non si discostino da questo modo di vedere la situazione. Trovo bella l'attività di registrare ogni giorno il tempo meteorologico, di raccogliere ed analizzare i dati del mese e di utilizzarli per la costruzione e la lettura di istogrammi. Mi pare che vi sia stata una forzatura nel cercare di trasformarla in attività ArAl. Tradurre in linguaggio matematico la situazione per poter inviare a Brioshi un messaggio che lui sia in grado di decifrare (obiettivo ArAl) è qualcosa di diverso dal capire se chi 'ha contato i cartellini, li ha contati bene' (obiettivo aritmetico), perseguire un obiettivo dichiarandone un altro non può che creare problemi nella conduzione dell'attività, mi sembra tuttavia, anche dai commenti finali dell'insegnante, che vi siano tutte le premesse perché possa affrontare e superare con successo tali difficoltà.

	2012122		Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					1				
	Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca			I	I	2	3	4	5	I	2	3

Data (8 aprile 2022)

1

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

NB. Chiarisco una sigla: ad es: c.15/r51 significa: 'commento 15 al rigo 51'.

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 1E è composta da 24 alunni, 12 femmine e 12 maschi. Sono presenti 4 alunni di origine cinese, di cui una con livello di alfabetizzazione A1 per la quale è stato stilato un PDP. Sono presenti 2 alunni con DSA per i quali è stato predisposto un PDP.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche a tutto il gruppo classe. Gli alunni si avvicinano per la prima volta al progetto Aral e hanno partecipato a due lezioni tenutesi, rispettivamente, nei mesi di gennaio e marzo dal Prof. Navarra. Da circa un mese il gruppo classe affronta situazioni problematiche ricorrendo all'uso metaforico della bilancia. A partire dall'inizio di Dicembre la classe ha realizzato le esperienze n.1,2,3,4 e 5 della prima fase e tutta la seconda fase dell'unità 6 "Dalla bilancia all'equazione". La situazione problematica è stata presa da "Allenamento in bici" del 25 RMT, prova 1, Gennaio-Febbraio 2017, il cui ambito è equazioni, sistemi lineari., ed opportunamente modificata.

**IL PROBLEMA:**

**Testo originale**

14. ALLENAMENTI IN BICI (Cat. 7, 8, 9, 10)

Il ciclista Giovanni si allena per la sua prossima gara. I suoi allenamenti si svolgono sempre su tre percorsi, uno lungo, uno medio e uno corto. Nell'allenamento di ieri, Giovanni ha effettuato due volte il percorso lungo, due volte il percorso medio e una volta il percorso corto, per un totale di 42 km. Oggi invece ripercorre cinque volte il percorso medio per un totale di 5 km in meno rispetto a ieri. Il suo programma di allenamento per domani prevede un totale di 48,8 km, che otterrà effettuando quattro volte il percorso lungo e una volta quello corto. Per l'ultimo allenamento prima della gara, quello di dopodomani, Giovanni percorrerà una volta il percorso lungo, tre volte quello medio e due volte quello corto. Quanti chilometri farà Giovanni nel suo ultimo allenamento? Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

**Testo proposto alla classe**

Il ciclista Giovanni si allena per la sua prossima gara. I suoi allenamenti si svolgono sempre su tre percorsi, uno lungo, uno medio e uno corto. Nell'allenamento di ieri, Giovanni ha effettuato due volte il percorso lungo, due volte il percorso medio e una volta il percorso corto per un totale di 42 km. Oggi invece ripercorre cinque volte il percorso medio per un totale di 5 km in meno rispetto a ieri. Domani percorrerà due volte il percorso medio e due volte il percorso corto per un totale di 26 chilometri. Per l'ultimo allenamento prima della gara, quello di dopodomani, Giovanni percorrerà una volta il percorso lungo, tre volte quello medio. Quanti chilometri farà Giovanni nel suo ultimo allenamento? <sup>1</sup>

1. L'insegnante proietta il testo alla lim e chiede ad un alunno di leggere il testo della situazione problematica.

<sup>1</sup> Prima di leggere il diario preferisco organizzare una pur sintetica analisi a priori del problema, che viene proposto come un sistema di equazioni.

Sul piano matematico gli alunni dovrebbero avere cominciato a prendere confidenza con questi concetti: (a) significato e uso della lettera per rappresentare un numero che non si conosce; (b) rappresentazione canonica e non canonica di un numero; (c) rappresentare / risolvere una situazione problematica; (d) tradurre dal linguaggio naturale al matematico e viceversa; (e) Brioshi; (f) la bilancia a piatti e i principi della bilancia; (g) almeno in embrione: differenza fra pensiero procedurale e pensiero relazionale.

Sul piano del contratto didattico dovrebbero essere condivise l'importanza dell'argomentazione e della devoluzione.

(L = percorso lungo, M = percorso medio, C = percorso corto)

$$(1) 2 \times L + 2 \times M + C = 42$$

$$(2) 5 \times M = 42 - 5$$

$$(3) 2 \times M + 2 \times C = 26$$

$$(4) L + 3 \times M = ?$$

Il mio percorso (velocizzo per praticità alcuni passaggi):



$$(2) 5 \times M = 42 - 5 \quad 5 \times M = 37 \quad M = 37/5 \quad M = 7,4$$

$$(3) 2 \times M + 2 \times C = 26 \quad 2 \times 7,4 + 2 \times C = 26 \quad 14,8 + 2 \times C = 26 \quad 2 \times C = 26 - 14,8 \quad 2 \times C = 11,2 \quad C = 5,6$$

$$(1) 2 \times L + 2 \times M + C = 42 \quad 2 \times L + 2 \times 7,4 + 5,6 = 42 \quad 2 \times L + 14,8 + 5,6 = 42 \quad 2 \times L + 20,4 = 42 \quad 2 \times L = 42 - 20,4 \quad 2 \times L = 21,6$$

$$L = 10,8$$

$$(4) L + 3 \times M = 10,8 + 3 \times 7,4 = 10,8 + 22,2 = 33.$$

		2012122	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico						2			
Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca			I	I	2	3	4	5	I	2	3	Maria Rosaria Musone

2. Pasquale: Faccio 42-5 e trovo i chilometri del percorso medio.
3. Asia: Ma c'è scritto che il percorso medio lo fa 5 volte, non sono d'accordo.
4. Pasquale: Vero! Non avevo letto, quindi il risultato lo divido per 5.
5. I: Prova a spiegarti meglio. Qualcuno vuole intervenire?
6. Asia: Sì, prof, ha detto bene. Non trovo errori.
7. Gabriele L: Allora, faccio  $42-5=37$  e poi  $37:5$ .<sup>2</sup>
8. I: Gabriele, prova ad esprimere il senso delle operazioni. Perché dividi per 5?
9. Gabriele L: Divido per 5 perché 37 è 5 volte il percorso medio.
10. I: Quindi stai dicendo che  $37:5$  è il percorso medio. Non vi sembra che la frase sia mal posta?<sup>3</sup>
11. Carlotta: Ah, posso?  $37:5$  che è 7,4 chilometri è la lunghezza del percorso medio.
12. I: Siete d'accordo? Bene, procediamo. Proviamo a rappresentare la situazione a Brioshi?<sup>4</sup>
13. Duccio:  $5m=37$ .<sup>5</sup>
14. I: Cosa è m?
15. Duccio: Il percorso medio.
16. I: Percorso medio? Possiamo provare a dare una descrizione migliore?<sup>6</sup>
17. Duccio: In che senso?
18. I: Provo a spiegarmi meglio. Abbiamo detto che 7,4 chilometri è la lunghezza del percorso medio, giusto? Proviamo ad esprimere meglio m.
19. Duccio: Sì.<sup>7</sup> m è la lunghezza del percorso medio.
20. I: Allora concordiamo tutti che m rappresenta la lunghezza del percorso medio?
21. Classe: Sì.
22. I: Abbiamo altre due relazioni. Rileggiamo ancora una volta il testo.
23. Eva: 42 è la somma dei tre percorsi.
24. I: Sicura?<sup>8</sup>
25. Gabriele C: No, c'è scritto il doppio del percorso lungo, il doppio del percorso medio e il percorso corto.
26. I: Quindi? Come pensi di rappresentare a Brioshi ciò che hai letto.
27. Gabriele: Posso venire alla lavagna così mi aiuti con un disegno?<sup>9</sup>
28. I: Potresti provare a usare gessetti colorati e far corrispondere a ciascun percorso lo stesso colore.<sup>10</sup>
29. L'alunno è perplesso.
30. I. Gabriele, come non detto. Prova a spiegare alla classe il tuo modo di procedere.
31. Gabriele: Ho disegnato due segmenti che rappresentano il percorso lungo, altri due segmenti più piccoli, che rappresentano il percorso medio e un segmento corto che rappresenta il percorso corto.

<sup>2</sup> La proposta di Gabriele è procedurale ("Faccio"). Sta eseguendo in sequenza delle operazioni. Sarebbe importante guidarlo ad esprimere ciò che sta dicendo da un punto di vista relazionale in forma di rappresentazione di relazioni:  $5 \times M = 42 - 5$     $5 \times M = 37$     $M = 37/5$     $M = 7,4$ . Questo significherebbe, anche, saper applicare il secondo principio di equivalenza.

<sup>3</sup> Li vedo abbastanza persi e provo a ripetere quanto emerso con tono diverso. Capisco cosa intende l'insegnante quando parla di 'frase mal posta', che desidera sentir parlare di 'lunghezza del percorso' invece che di 'percorso'. L'impressione iniziale è che il 'clima' sia procedurale. Non credo che gli alunni sappiano interpretare le parole 'frase mal posta'.

<sup>4</sup> Siccome il concetto di rappresentare un numero o una situazione problematica è nodale nella prospettiva in cui l'insegnante sta guidando la classe, ed è tutt'altro che è intuitivo, mi chiedo quali siano le competenze della classe in questo senso. Non so se l'insegnante intenda una rappresentazione qualsiasi, o una in linguaggio matematico.

<sup>5</sup> Duccio alla lavagna ha scritto questa relazione. Un'osservazione 'laterale': credo che, sino a quando gli alunni hanno una competenza limitata sui significati della lettera (v. successivo c.12/38), sia opportuno che si utilizzino rappresentazioni trasparenti ( $5 \times m$  invece di  $5m$ ) che evidenzino che la scrittura rappresenta un prodotto).


<sup>6</sup> Mi sembra che anche questa domanda non chiarisca cosa chiede l'insegnante: 'migliore' (come chiede Duccio (17)) in che senso? Comprendo l'incertezza dell'alunno.

<sup>7</sup> Nonostante l'intervento di Carlotta, Duccio è titubante.

<sup>8</sup> Domande come "Sicura?" sono spontanee e apparentemente sono un aiuto per l'alunno, ma la mia esperienza mi porta a non esserne così sicuro. In questi casi suggerisco di porre domande più 'orientanti' del tipo: "Ci spieghi da cosa capisci che 42 è la lunghezza dei tre percorsi?". Eva (23) non ha capito, e dovrebbe essere guidata a riflettere e ad argomentare su quello che dice in modo da autocorreggersi; invece è Gabriele, che ha colto il senso del "Sicura?", a dare la direzione di marcia.

<sup>9</sup> Gabriele, alla lavagna, disegna cinque segmenti: i primi due della stessa lunghezza, gli altri due della stessa lunghezza e un ultimo segmento di lunghezza minore dei precedenti.

<sup>10</sup> Forse non mi sono espressa bene perché lo vedo perplesso e quindi faccio un passo indietro.

	2012122	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico	3							
Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca	I	I	2	3	4	5	I	2	3	Maria Rosaria Musone

32. I: Pensi di aver descritto per bene ciò che hai disegnato? Non aggiungi nulla sulla lunghezza dei segmenti? <sup>11</sup>
33. Gabriele: Ah, i segmenti che rappresentano lo stesso percorso hanno uguale lunghezza.
34. I: Bene! Ancora una volta provate a rappresentare la situazione a Brioshi.
35. Duccio: Dobbiamo scegliere una lettera.
36. I: Cioè?
37. Duccio: No, tre lettere perché i percorsi sono tre.
38. Eva: Posso usare a, b e c? <sup>12</sup>
39. I: Del percorso medio ne abbiamo già parlato.
40. Asia: Sì, era m.
41. I: Bene. Rileggiamo il testo e proviamo a capire in che modo procedere ma non dimentichiamo che tutto deve essere chiaro a Brioshi. <sup>13</sup>
42. Samuele: Sappiamo che il percorso di domani è lungo 26 Km.
43. Carlotta: Sì, e che corrispondono a 2 percorsi medi e 2 corti
44. I: Esatto.
45. Gabriele L: Però già abbiamo capito il percorso medio.
46. I: La lunghezza del percorso medio.
47. Pasquale: Faccio (26-14,8) e divido per 2.
48. I: Sei stato procedurale o relazionale?
49. Pasquale: Procedurale. <sup>14</sup>
50. I: Concordo!! Rappresentiamo la situazione a Brioshi. Potete aiutarvi con un disegno come fatto prima.
51. Carlotta: Disegno due segmenti e poi altri due segmenti e sotto scrivo 7,4.
52. I: Perché?
53. Carlotta: Perché 7,4 è la lunghezza del percorso medio.
54. Duccio: Però i due segmenti sono uguali.
55. Asia: Ma anche i percorsi medi.
56. I: Esattamente. Allora? Come vogliamo rappresentare ciò che Carlotta ha detto?... Che simbolo vogliamo utilizzare per la lunghezza del percorso corto? <sup>15</sup>
57. Gabriele:  $7,4+7,4+c+c=26$ .
58. I: Oppure?
59. Gabriele:  $2c+14,8=26$ .


<sup>11</sup> Riascoltandomi ho pensato che avrei potuto evitare di puntualizzare visto che il disegno era corretto. Mi sembra che la questione ruoti attorno al concetto di 'percorso' e di 'lunghezza del percorso'. Rifletto nuovamente sulla domanda dell'insegnante "Pensi di aver descritto bene...?" riferendomi ad altre due domande "Possiamo dare una descrizione migliore?" (16) e "Sicura?" (24). Nel progetto ArAl descriviamo questo tipo di domande, apparentemente dubitative di fatto asseverative così: "Sono domande 'false amiche'. Vorrebbero provocare un dubbio ed invitare l'alunno a correggersi ma difficilmente si lasciano interpretare: "Sei proprio sicuro?", "Davvero?", "Pensi realmente che"? L'alunno coglie il tono, talvolta sottilmente sanzionatorio ("Sicura?"), più che il significato delle domande. Una sola cosa gli è chiara: indipendentemente da quello che potrebbe rispondere, quello che sta dicendo, o che ha scritto, è sicuramente sbagliato. Questo lo mette in uno stato d'ansia e non lo predispone alla revisione di ciò che ha detto".

<sup>12</sup> La domanda rivela un controllo debole sul significato e sull'uso delle lettere. Siccome ritengo che Eva esprima un'incertezza diffusa, direi che la sua domanda rappresenta un campanello d'allarme: l'alunna non si sente sicura di essere lei a poter scegliere il simbolo e chiede l'approvazione dell'insegnante, esprimendo una dipendenza nei suoi confronti che costituisce un limite per la sua autonomia di pensiero. Di fronte a micro-episodi come questo suggerisco di non proseguire (come fa l'insegnante subito dopo (39) parlando del 'percorso medio), ma di interrompersi e chiedere all'alunna perché pone una domanda di questo genere.

<sup>13</sup> Mi riallaccio al mio Commento 3/r12 sul concetto di rappresentare, e mi chiedo come interpretino gli alunni le parole "non dimentichiamo che tutto deve essere chiaro a Brioshi": 'tutto' cosa? In che senso 'chiaro'? La consegna del testo del problema è procedurale: 'Quanti chilometri farà Giovanni nel suo ultimo allenamento?'. Brioshi è estraneo a questa formulazione. Per farlo diventare un co-protagonista nella scelta della rappresentazione, dovrebbe trovare la sua giustificazione in una consegna di tipo relazionale: 'Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che Brioshi possa trovare quanti chilometri fa Giovanni nel suo ultimo allenamento'.

<sup>14</sup> Sarebbe importante chiedere all'alunno di spiegare cosa significhino per lui i termini 'procedurale' e 'relazionale'. Sono rinforzi semantici molto importanti, che coinvolgerebbero il resto della classe e contribuirebbero alla costruzione sociale della conoscenza.

<sup>15</sup> Mi sono resa conto di averli indirizzati. È vero. Probabilmente l'insegnante dovrebbe cercare di 'tenersi in disparte', per fare in modo che gli alunni siano protagonisti reali nella costruzione delle conoscenze, mentre invece così si limitano a fornire risposte 'locali' a questioni 'locali'.

	2012122		Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					4		
	Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca	I	I	2	3	4	5	I	2	3

60. I: Bene. Quindi, resta da determinare il valore di  $c$ .<sup>16</sup>
61. Adele: Con la bilancia.
62. I: Giusto.<sup>17</sup>
63. Duccio: Tolgo 14,8.
64. Carlotta: NO!
65. I: Come mai? Prova a spiegare alla classe perché non sei d'accordo.
66. Carlotta: Quando abbiamo utilizzato la bilancia abbiamo visto che si toglieva da entrambi i piatti
67. I: Cosa si toglieva?
68. Carlotta: I pesi.
69. I: OK! Quindi Duccio non ha espresso bene il concetto, giusto?<sup>18</sup>
70. Asia: Si toglie 14,8 da destra e da sinistra.<sup>19</sup>
71. I: Quindi?
72. Asia: Su un piatto ho  $2c$  e sull'altro ho 11,2.
73. I: Quale principio della bilancia abbiamo applicato?
74. Classe: Il primo.
75. I: E ora?
76. Duccio: Divido per 2.
77. I: Cosa dividi per 2?
78. Duccio:  $2c$  e 11,2.
79. I: Quale principio applichi?
80. Classe: Il secondo.
81. I:  $2l:2=11,2:2$  e quindi  $= 5,6$ .<sup>20</sup> Ricapitolando: abbiamo determinato la lunghezza del percorso corto e la lunghezza del medio. Ancora una volta rileggiamo le informazioni e scriviamo cosa abbiamo determinato man mano che leggiamo.
82. I: Dall'allenamento di oggi abbiamo determinato la lunghezza del percorso medio, da quello di domani abbiamo invece capito la lunghezza del percorso corto. Alla lavagna c'è ancora il disegno di Gabriele. Come pensate di procedere?<sup>21</sup>
83. Asia: Sotto ogni segmento metto quello che abbiamo scoperto.
84. I: Quindi? Rappresentando a Brioshi?
85. Asia: Segmento, segmento, poi 7,4, poi 7,4, poi 5,6 e 5,6.<sup>22</sup>
86. I: Ma Brioshi? Come può capire cosa vogliamo dirgli?
87. Carlotta:  $x+x+7,4+7,4+5,6+5,6 = 42$ <sup>23</sup>
88. I: Concordate con la rappresentazione di Carlotta?

<sup>16</sup> Ritengo che si sarebbe dovuto rendere trasparente la relazione fra le scritte (57 e 59) e quella dalla quale esse derivano:  $2 \times m + 2 \times c = 26$   $2 \times 7,4 + 2 \times c = 26$   $14,8 + 2 \times c = 26$ . Se questo non accade c'è il rischio che sia dominante una visione frantumata che impedisce di vedere l'evolversi del processo. Devo dire però che esprimo queste perplessità anche perché non viene illustrato cosa succede alla  $lim$ .

Sempre per favorire la trasparenza e la coerenza fra una frase e l'altra (che, è evidente, 'dicono in modi diversi la stessa cosa'), si sarebbe potuto chiedere a Gabriele il perché di un certo 'disordine':  $7,4+7,4+c+c$  e  $2c+14,8$  (posizioni di numeri e lettere sono invertite). Inoltre sarebbe stato importante far emergere la differenza fra le rappresentazioni  $c+c$  e  $2 \times c$  (più trasparente, come ho scritto, di ' $2c$ ') e far emergere i concetti di 'additivo' e 'moltiplicativo'. Inoltre, mi sembra che l'insegnante continui ad indicare la rotta ("resta da determinare..." ) in modo eccessivo.

<sup>17</sup> Nota di metodo nella redazione del diario: si segue molto meglio il filo del discorso se l'autore inserisce nel testo quello che succede alla  $lim$ . Penso che quando Duccio (63) toglie 14,8, ci sia scritto  $2c+14,8=26$ .

<sup>18</sup> Anche in questo caso dubito che la classe abbia compreso la domanda dell'insegnante "8"... ha espresso bene il concetto, giusto?".

<sup>19</sup> Sarebbe molto importante capire come gli alunni hanno espresso il passaggio successivo a:  $2c+14,8=26$ . Hanno rappresentato il 'togliere' aggiungendo due sottrazioni, una per arte ( $2c+14,8-14,8=26-14,8$ )? In caso contrario, cos'hanno scritto?

<sup>20</sup> C'è un refuso:  $2c:2=11,2:2$ . Inoltre, mi sembra di capire che sia l'insegnante che scrive alla  $lim$  il passaggio. Perché non lo fanno gli alunni? Qual è il 'soggetto' di '=5,6'? Cioè: cosa c'è a sinistra dell'uguale?

<sup>21</sup> Ho "riassunto" quanto determinato ma avrei potuto chiedere a loro di farlo. Sono d'accordo. Purtroppo, senza la riproduzione di quello che viene scritto alla  $lim$ , si segue male lo sviluppo dell'attività.

<sup>22</sup> In realtà credo che Asia non risponda alla domanda dell'insegnante (84), ma esprima la sua visione spaziale della situazione. Quando poi scrive ' $x$ ' credo che indichi il segmento, non la lunghezza del percorso lungo. Inoltre mi chiedo perché, avendo indicato la classe con ' $c$ ' e ' $m$ ' le lunghezze dei percorsi 'corto' e 'medio', adesso sbuchi lo stereotipo della ' $x$ ', e non una ' $l$ ' coerente con la scelta delle altre due lettere.

<sup>23</sup> Mi è sfuggito di far specificare cosa rappresentasse la  $x$  in questione.

	2012122	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico	5
---	---------	--	---

Fucecchio FI – IC Montanelli Petrarca	I	I	2	3	4	5	I	2	3	Maria Rosaria Musone
---------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------------

89. Gabriele: **Si, perché Brioshi non capisce la parola segmento.** <sup>24</sup>
90. I: Ecco!
91. Asia: E ora metto sulla bilancia il 42 e poi x, x, 7,4, 7,4, e 5,6.
92. I: Sì.
93. Duccio: **Tolgo da entrambi i piatti prima 7,4 poi 7,4 poi 5,6.** <sup>25</sup>
94. Gabriele: Ma posso anche subito togliere 20,4.
95. I: Spiega alla classe perché? Cosa è 20,4?
96. Gabriele: È  $7,4+7,4+5,6$ .
97. I: Ma 7,4 e 5,6 cosa rappresentano?
98. Gabriele L: Percorso medio e corto.
99. I: Quindi? Prova a dirlo meglio. Anzi, chi vuole dirlo meglio?
100. Samuele: **È la somma del percorso medio e del corto.** <sup>26</sup>
101. I: Quindi  $7,4+5,6$ ?
102. Samule: No.
103. I: Ma io ho scritto ciò che tu hai detto. Vuoi provare ad aggiustare?
104. Samuele: Sì, è la somma di 2 volte il percorso lungo e del percorso corto.
105. Duccio: Il doppio.
106. I: **Duccio, prova!** <sup>27</sup>
107. Duccio: È la somma del doppio del percorso medio e del percorso corto.
108. I: Della lunghezza del percorso corto e della lunghezza del percorso medio... Ritornando alla bilancia, che principio applicate?
109. Classe: Il primo.
110. I: Cosa leggerà Brioshi?
111. Asia:  $21,6=2x$ , poi applico il secondo principio e  $2x=21,6:2=10,8$ .
112. I: **Stai dicendo che  $2x=10,8$  ma guarda che  $2x=21,6$ . Non ti sembra di affermare due cose contrastanti, cioè  $2x=10,8$  oppure  $2x=21,6$ ?** <sup>28</sup>
113. Gabriele: Anche  $2x$  va diviso per 2 e quindi  $x=10,8$ .
114. I: Bene. Siamo ora in grado di capire quanti chilometri percorrerà Giovanni dopodomani.


<sup>24</sup> La risposta di Gabriele conferma l'ipotesi che ho espresso precedentemente in (c22/r85) che 'x' non rappresenta un numero ma il disegno del segmento.

<sup>25</sup> Purtroppo in tutti questi passaggi, che mi interessano molto, mancano le scritture alla lim che mostrino cosa viene scritto, e soprattutto come viene scritto.

<sup>26</sup> L'insegnante (101) usa la strategia di riportare esattamente ciò che afferma l'alunno, ed è certamente efficace. Consideriamo però l'intervento di Samuele secondo una prospettiva diversa, di carattere linguistico: l'alunno ha espresso solo il predicato nominale e manca il soggetto. Se gli alunni avessero l'abitudine di inserire anche il soggetto nelle loro frasi (in questo caso: " **$7,4+7,4+5,6$  è la somma della lunghezza del percorso medio e di quella del corto**") probabilmente Samuele capirebbe da solo l'errore.

<sup>27</sup> Sarebbe stato meglio chiedere esplicitamente a Duccio di parafrasare la frase di Samuele; l'alunno avrebbe scoperto che era necessario modificare la frase matematica precedente e utilizzarla come soggetto per la nuova definizione: " $2 \times 7,4 + 5,6$  è la somma fra il doppio della lunghezza del percorso medio e la lunghezza del percorso corto".

<sup>28</sup> Confermo l'impressione generale avuta durante la lettura: l'insegnante è molto presente e tende a sostituirsi agli alunni che, a mio avviso, vanno troppo spesso a traino delle sue domande, a scapito della loro autonomia.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico						1		
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		1	1	2	3	4	5	1	2	3	Sara Antonini

18 Marzo 2022

1

**Commenti** *Insegnante di classe*

**Commenti** *Giancarlo Navarra*

**Commenti** *Anna Traverso*

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 3D è composta da 26 alunni, 11 femmine e 15 maschi. È presente un alunno h. 104, 1 alunna DSA e 4 alunni BES. La classe ha cominciato a lavorare in chiave early-algebra nella classe prima in maniera informale utilizzando come riferimento l'Unità relativa a Bilance ed equazioni, riprese poi lo scorso anno scolastico durante il periodo di DDI durante il percorso pilota ArAl.  
**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche dell'Unità a tutto il gruppo classe da circa 2 settimane.

**IL PROBLEMA:**

La classe ha avuto modo di lavorare sul significato di rappresentazione di alcune situazioni problematiche proposte, sui concetti di uguaglianza, principio fondamentale, primo e secondo principio della bilancia. La classe ha anche lavorato sull'uso dei simboli letterali in contesti problematici.  
 Nell'incontro in presenza con Giancarlo Navarra la classe ha lavorato sulla traduzione dal linguaggio naturale al linguaggio matematico e la rappresentazione per Brioshi.  
 L'attività qui proposta prevede di far esplorare il testo del problema e riuscire a ottenere una rappresentazione in linguaggio matematico comprensibile per Brioshi.  
 Il problema che segue è estratto dalla prima prova del Rally Matematico Transalpino del corrente anno scolastico a cui ha partecipato tutta la classe.

Propongo alla classe il seguente problema e li lascio liberi di esplorare in autonomia in un intervallo di tempo e, successivamente, propongo un confronto:

All'inizio dell'anno scolastico Marta e Arianna vanno in cartoleria per fare scorta di oggetti di cancelleria. Marta acquista 5 confezioni di matite e 6 confezioni di penne, mentre Arianna acquista 9 confezioni di matite e 3 confezioni di penne, dello stesso tipo di quelle acquistate da Marta.

Alla fine, sia Marta sia Arianna hanno acquistato, tra penne e matite, 78 oggetti di cartoleria.

Quante matite e quante penne ci sono in ogni confezione?<sup>1</sup>

1. I: Chi parte?
2. Giacomo: Io! Io ho scritto:  $5x+6y=9x+3y=78$ .

$$5x+6y=9x+3y=78$$

Giacomo

3. I: Questa è quella di Giacomo, qualcun altro? Pietro che aveva alzato la mano...<sup>2</sup>
4. Pietro: Anch'io l'ho scritta uguale... però... se sono 78 per uno, quindi 78 Arianna e 78 Marta, dovrebbe essere  $5x+6y=78$ , che è uguale a  $9x+3y$ , che è sempre uguale a 78. (Mentre Pietro dice la frase, l'insegnante scrive la catena di uguaglianze alla lavagna, sotto quelle lette da Giacomo):

$$5x+6y=9x+3y=78$$


Giacomo

$$5x+6y=78=9x+3y=78$$

Pietro

<sup>1</sup> La consegna è procedurale, e induce a trovare dei risultati. In questi anni si è discusso molto all'interno del Progetto ArAl su questo aspetto, e si è coniata la categoria intitolata scherzosamente dei 'Problemi RMT in salsa ArAl'. Sarebbe opportuno cambiare la consegna originale con una consegna relazionale, ad esempio: 'Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa trovare il numero delle matite e delle penne che ci sono in ogni confezione'. Ma qui viene spontanea la domanda: che esperienza ha questa classe con il concetto di 'rappresentare'?

<sup>2</sup> Vista la doppia uguaglianza nelle scritture di Giacomo e di Pietro ritengo che gli alunni non abbiano interiorizzato un modello mentale corretto della bilancia. Sarebbe stato opportuno chiedere che illustrassero le loro proposte. Il punto, secondo me, è: gli alunni hanno capito cosa devono rappresentare? Mi sembra che le loro scritture siano non delle rappresentazioni per Brioshi, ma dei modi per fissare in forma di appunti quello che hanno capito del problema.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico						2		
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini

5. Giacomo: Quindi puoi togliere 78 nel mezzo perché quando due cose sono uguali vuol dire che lo posso mettere anche alla fine, io l'ho messo alla fine perché è la stessa cosa.<sup>3</sup>
6. I: Non hai messo 78 nel mezzo perché l'hai messo in fondo, perché per te era la stessa cosa. Qualcuno che ha rappresentato in maniera diversa?
7. Johnny: Io ho messo  $5x+6y+9x+3y=78+78$ . L'insegnante ricopia.


$5x+6y=9x+3y=78$	Giacomo
$5x+6y=78=9x+3y=78$	Pietro
$5x+6y+9x+3y=78+78$	Johnny

8. I: Intanto volevo chiedervi questo: la scelta di x e y da che cosa deriva? Giacomo per te x che cosa rappresenta?<sup>4</sup>
9. Giacomo: x è l'incognita.
10. I: Ma x che cosa rappresenta? Ha un significato?
11. Giacomo: In questo caso rappresenta le matite.
12. I: Le matite? Sei sicuro le matite?
13. Giacomo: Le confezioni di matite.
14. Luigi: No, la quantità delle matite.
15. Giacomo: Rappresenta le matite e 5 sono le confezioni.
16. I: Le matite o la quantità delle matite?
17. Giacomo: La quantità delle matite per una confezione.
18. I: E invece y?
19. Giacomo: La quantità di penne in una confezione.<sup>5</sup>
20. Letizia: Prof, ma come la quantità delle matite? Cioè x è una matita?
21. Luigi: L'incognita rappresenta sempre un numero.
22. Letizia non capisce perché x deve essere 5.

<sup>3</sup> L'idea della proprietà transitiva c'è (probabilmente ne avete parlato in precedenza, forse senza nominarla in quanto tale), ma è espressa in modo concreto, operativo ("togliere 78 nel mezzo", "lo posso mettere anche alla fine"). L'insegnante (6) lascia la questione in sospeso. Ho l'impressione che qui inizi una situazione che si ingarbuglia sempre più; ipotizzo che le ragioni di questo siano due: non è chiara la consegna sul compito per la classe e la verbalizzazione è confusa (perché le idee degli sono confuse) e accetta dall'insegnante in quanto tale.

<sup>4</sup> L'attenzione si sposta ora sulle lettere. L'insegnante fa bene ad andare in questa direzione, ma sarebbe stato opportuno mantenere comunque l'attenzione concentrata anche sul significato delle uguaglianze a catena in modo da non dare l'impressione che l'argomento sia stato superato. La proposta di Jonny in verità supera la catena di uguaglianze ed ingloba in un'unica equazione a due incognite le due diverse rappresentazioni del numero di oggetti acquistati rispettivamente da Marta e da Arianna, tuttavia anche questa rappresentazione porta ad un vicolo cieco. La questione potrebbe essere posta all'attenzione dei ragazzi: nei primi due casi, infatti (questo emergerà più avanti anche dalla discussione) è impossibile individuare i due piatti della bilancia, e nel terzo caso, anche provando a mettere sulla bilancia i due membri dell'uguaglianza, risulterà impossibile isolare una delle due incognite, in modo tale che un piatto contenga solo il valore sconosciuto e l'altro valori noti. Se la classe ha lavorato in passato con la bilancia a piatti, dovrebbe innanzitutto essere consapevole che un tale passaggio è indispensabile perché il problema possa essere risolto. Sarebbe importante che l'insegnante lo sottolineasse, per porre dei paletti alla discussione e non lasciare che gli interventi procedano a ruota libera, creando inevitabilmente problemi di conduzione dell'attività. Altro aspetto, che in qualche modo è legato al precedente e su cui mi sembra importante portare la riflessione, è il fatto che in una situazione come quella che gli alunni stanno esplorando non basti una traduzione corretta della situazione (in fondo tutte e tre le scritture proposte lo sono) per spianare la strada alla risoluzione del problema, ma che, quando le incognite sono due, è necessario capire se tra esse vi sia una relazione e in che cosa questa consista, in modo da poter definire un'incognita in funzione dell'altra. Credo sia molto difficile arrivare a chiarire tali questioni nodali attraverso un problema complesso qual è questo. Forse sarebbe stato opportuno partire da sistemi di equazioni più semplici. La richiesta di riflettere sul significato delle scritture matematiche implicate in questo testo è alta, a ciò si aggiunga la necessità di una comunicazione che, per non dare adito a fraintendimenti, deve essere il più possibile chiara e precisa. Fare i conti con tutto questo, per alunni che mi paiono ancora alle prime armi con le discussioni matematiche, è un'impresa ardua, che andrebbe affrontata per gradi.

<sup>5</sup> È necessario che la comprensione consapevole del significato dell'incognita diventi una competenza stabile per gli alunni. L'esperienza mostra come il limitarsi a questioni locali (come in questo caso) non sia sufficiente. Consiglio di riprendere l'argomento durante una o più 'discussioni filosofiche' dedicate a questo argomento. Il dubbio espresso successivamente da Letizia (20, 22, 24) supporta questo suggerimento. Gli interventi (9-19) sono troppo poveri e confusi per aiutare gli altri a capire. Il faro di una discussione dovrebbe essere sempre la costruzione sociale della conoscenza.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					3			
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini

23. Giacomo: Ma x non deve essere per forza uno.
24. Letizia: Io non ho proprio capito quel coso lì (*indica le scritte alla lavagna*)... cioè 5 confezioni di matite più 6 confezioni di penne sono 78... com'è possibile?
25. Giacomo: Se te moltiplichi... quando non c'è il segno vuol dire per x, te moltiplichi, x sta per quante matite ci sono in una confezione...<sup>6</sup>
26. Letizia: Aaah...
27. I: Vediamo la prima parte della scrittura: nel linguaggio naturale  $5x+6y$  a cosa corrisponde?<sup>7</sup>
28. Giacomo: 5 confezioni di matite più 6 confezioni di penne.
29. I: La somma del numero delle confezioni di matite, che sono 5, e del numero di penne, che sono 6, in totale è 78. Siamo tutti d'accordo?
30. Classe: Sì.
31. I: Nella seconda parte invece la somma del numero delle confezioni di matite, che sono 9, e del numero di penne, che sono 3, in totale è 78<sup>8</sup>.
32. I: Johnny, però sul tuo quaderno te hai scritto anche qualcos'altro.
33. Johnny: Sì, però ho usato lettere diverse.
34. Pietro: Anch'io.
35. Johnny: Io invece di x ho messo m e al posto della y la p.
36. I: Va bene, usiamo lettere diverse.
37. Johnny:  $5m+6p+9m+3p=78$ .
38. I: Va bene, ma sul tuo quaderno sotto questa uguaglianza che cosa hai scritto?<sup>9</sup>
39. Johnny: Sì.  $5m+6p=78$  e sotto  $9m+3p=78$ :<sup>10</sup>

$5x+6y=9x+3y=78$	Giacomo
$5x+6y=78=9x+3y=78$	Pietro
$5x+6y+9x+3y=78+78$	Johnny
$5m+6p=78$	Johnny
$9m+3p=78$	

40. I: Questa è un'altra rappresentazione che Johnny fa per il nostro amico Brioshi. Secondo voi sono tutte giuste? C'è qualcosa di giusto o qualcosa di sbagliato?
41. *Fatima la vedo un po' perplessa.*
42. Pietro: Anch'io ho usato m e p perché è più simbolico.
43. I: m e p ci dicono un po' di più delle matite e delle penne...
44. Giacomo: A Brioshi però non gli dice nulla m e p...
45. Letizia: Però confonde m, perché per me 5m sono 5 matite, non 5 confezioni di matite.
46. I: Allora come potremmo scrivere 5 confezioni di matite?
47. Pietro: 5cm, 5cp.
48. Letizia: cm no perché poi sembrano cose diverse.
49. I: Allora mettiamo una lettera sola?
50. Letizia: Mah, secondo me torna meglio x perché... boh...
51. Giacomo: Anche a me torna meglio x.

<sup>6</sup> Ritengo che il problema proposto sia di livello (forse troppo) alto rispetto alle competenze algebriche degli alunni (penso alla confusione sul significato della lettera). Il suggerimento è: affrontare collettivamente i nodi emersi sul piano della riflessione teorica più che su quello operativo. Non ho molta fiducia in un intervento 'd'ufficio' dell'insegnante che intende affrontare sul piano procedurale la soluzione di un sistema. Le mie riflessioni non valgono soltanto per questa classe o per questa lezione, ma vogliono avere un valore generale, soprattutto in prospettiva. Ormai siamo vicini alla fine dell'anno e capisco che l'insegnante voglia tirare i fili del suo lavoro.

<sup>7</sup> Sarebbe meglio chiedere 'Ci spieghi cosa significa  $5x+6y$ ?'. Una risposta nella prospettiva dell'early algebra potrebbe essere una definizione relazionale come: " $5x+6y$  è la somma fra il numero di tutte le matite e quello di tutte le penne"; oppure, più sintetica " $5x+6y$  è la rappresentazione non canonica del numero totale degli oggetti acquistati da Marta". Non credo che sia efficace se è l'insegnante a dire cos'è l'oggetto (come fa in (29)). L'accordo espresso dalla classe (30) è, purtroppo, falsamente rassicurante (come lo è l'Aaah di Letizia (26)).

<sup>8</sup> Qui stringo un po' perché mi sono accorta che uno studente ha scritto due equazioni sul suo quaderno e non le ha ancora lette, allora cerco di accelerare verso quelle scritte.

<sup>9</sup> Johnny non dava importanza all'altra scrittura, ma l'ho forzato a leggerla e io l'ho scritta fedelmente alla lavagna come l'aveva scritta lui sul suo quaderno.

<sup>10</sup> Scrivo alla lavagna le due uguaglianze e le metto sotto alle altre già dette dai compagni con l'iniziale dei loro nomi accanto.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					4				
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini	

52. I: Meglio  $x$ , perché altrimenti dovrebbe essere confezioni di matite,  $cdm$ , però poi diventa lungo...
53. Giacomo:  $x$  può essere quello che vuoi.
54. Letizia: Anche perché se scrivi  $cdm$ , magari sembrano lettere diverse.
55. Giacomo:  $x$  lo puoi interpretare come vuoi.<sup>11</sup>
56. I: Ok, vediamo queste rappresentazioni. Ci vanno bene tutte? Sono diverse? Sono uguali tra loro? Che cosa ne pensate?
57. Pietro: Quella di Johnny, la prima, e la mia sono uguali.
58. Luigi: Sì, è uguale.
59. I: Voi che ne pensate?
60. Letizia: No, non è uguale. Perché quella di Pietro ti dice che sono uguali tra 18 e 12.<sup>12</sup>
61. Giacomo: Ma se hanno lo stesso risultato vuol dire che sono uguali lo stesso.
62. I: Che significa che quella di Pietro hanno lo stesso risultato?<sup>13</sup>
63. Letizia: No, no, sono uguali, sono uguali.
64. I: Noi sappiamo che la somma di  $5m$  e  $6p$  è 78 e anche di questo (*indica alla lavagna  $9m+3p$* ) è 78. Ok?
65. Pietro: Quindi sono uguali.
66. I: Quale forma possiamo scegliere per provare a risolvere?<sup>14</sup>
67. Luigi: Quella di Pietro, perché con una uguaglianza ti dice quello che è.
68. I: Analizziamo il testo del problema. Quali sono gli enti conosciuti?<sup>15</sup>
69. Pietro: Le 5 confezioni e le 6 confezioni, poi le 9 confezioni e le 3 confezioni.
70. I: E altri enti conosciuti?
71. Giacomo: Sono i 78.
72. I: E gli enti sconosciuti?
73. Giacomo: Il numero di matite e il numero di penne...<sup>16</sup>

<sup>11</sup> È certamente importante che gli alunni abbiano verbalizzato fra loro (42-54), ma mi chiedo cosa sia rimasto dalla discussione: (42) Cosa intende Pietro con “È più simbolico”?; (43) In che senso “dicono di più”?; (44) perché a Brioshi “non dicono nulla”? Questo intervento di Giacomo apre un momento importantissimo dal punto di vista della generalizzazione: è verissimo che Brioshi non sa che  $m$  è il numero delle matite, ma sa interpretare  $5 \times m$  come prodotto, indipendentemente dal contesto al quale la scrittura si riferisce; sa che il suo compito, dopo aver interpretato significato e correttezza sintattica delle rappresentazioni inviate dalla classe, è quello di risolvere l’equazione applicando proprietà e principi: le frasi che riceve sono *modelli* che rappresentano problemi accomunati da una identità strutturale; (45) Letizia permane nel suo dubbio; (47) Cosa significano per Piero ‘5cm’ e ‘5cp’?; (48) Cosa intende Letizia con ‘cose diverse’?; (49) Come interpretano gli alunni “mettiamo una lettera sola”? Che differenza c’è con il metterne due? O addirittura tre come in ‘ $cdm$ ’ (52)? (v. [Ebbrezza da simbolo](#)); (50, 51) Perché “torna meglio”?; (55) In che senso “Puoi interpretarlo come vuoi”? Intendo dire, con tutto questo, che in una decina di interventi consecutivi sono emersi dubbi o misconcezioni che sono ‘scivolati via’ senza essere messi in discussione. Anche questi tasselli preparano il terreno per quel ‘non capire dove vuole arrivare l’insegnante’ al quale si fa riferimento nell’ultimo commento. Gli alunni, soprattutto i grandi di terza, devono abituarsi a sentirsi chiedere in continuazione di argomentare ciò che dicono. Devono assumersi la responsabilità di ciò che fanno e dicono, questo il senso della devoluzione di Brousseau. Questo commento mi trova pienamente d’accordo. Tocca aspetti cruciali. All’insegnante va riconosciuta una grande professionalità e onestà intellettuale nel mettersi in gioco.


<sup>12</sup> Non capisco cosa intende dire Letizia con 18 e 12.

<sup>13</sup> La domanda dell’insegnante è importantissima ma purtroppo non riceve alcuna risposta.

<sup>14</sup> Non so se è ben posta la domanda, ma l’obiettivo è farli convergere sulla scelta di una scrittura condivisa a tutti, in particolare mi interessa che convogliano sulla seconda versione di Johnny. Capisco le intenzioni, ma rimane irrisolta la questione iniziale delle catene di uguaglianze, e questo porta ad una domanda: in base a quali motivazioni gli alunni dovrebbero scegliere le scritture di Johnny e non le altre? Luigi, infatti, (67) propone quella di Pietro, “che ti dice quello che è”. Temo che la classe e l’insegnante si stiano muovendo con riferimenti concettuali molto diversi, proprio perché non è stato sciolto nemmeno uno dei grovigli espressi dalle verbalizzazioni. L’insegnante pensa al sistema di equazioni, implicito nell’ultima proposta di Johnny, ma mi sembra che gli alunni siano impreparati di fronte a questo concetto.

<sup>15</sup> Sarebbe più opportuno chiedere quali siano gli enti, *noti o sconosciuti che siano*, senza precisare “gli enti sconosciuti” come se fossero i più importanti. La decisione di rispondere ricadrebbe così sugli alunni (v. [Devoluzione](#)). Così invece essi si limitano a rispondere alla sequenza di domande che l’insegnante fa (68, 70, 72, 74, 76, .78) per avvicinarsi al suo obiettivo.

<sup>16</sup> Qui sarebbe stato importante invitare ad una risposta più precisa ‘il numero di matite e di penne contenute in una confezione’. Andrebbe sottolineato che una risposta insufficiente, che non contenga cioè tutti gli elementi necessari alla comprensione, può rivelarsi, se pur inconsapevolmente, una risposta scorretta.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico						5		
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini

74. I: ... che voi avete chiamato x e y o m e p. In questo caso (*Indico la rappresentazione di Pietro*) quanti sono gli enti sconosciuti?
75. Luigi: Due.
76. I: A Brioshi quale gli mandiamo?
77. Giacomo: Vanno bene tutte.<sup>17</sup>
78. I: Secondo voi quali di queste quattro versioni è la più comprensibile?<sup>18</sup>
79. Simona: La seconda.
80. Giacomo: L'ultima di Johnny.
81. Sofia: Anche secondo me l'ultima di Johnny.
82. I: E pensare che Johnny non la voleva nemmeno leggere!
83. Luigi: Sono uguali.
84. Giacomo: Sì, sono uguali, ma a me mi dà un po' noia, perché uguale 78, uguale 78...
85. I: (*cancello intanto la prima versione di Johnny e la versione di Giacomo*) A noi non interessa che cosa trova Brioshi, ma gli dobbiamo inviare una versione comprensibile. Siccome avete detto che le due versioni sono uguali, se io andassi oltre la rappresentazione e volessi provare a risolvere, (*indico  $5x+6y$* ) come potrei fare sulla versione di Pietro?<sup>19</sup>
86. Pietro: Saprei semplificare matite e penne, ma non 78<sup>20</sup>. Perché la puoi riscrivere e scrivi:  $3y=4x$ .<sup>21</sup>
87. I: Ma se io osservo la versione di Pietro e la vedessi come una bilancia, perché scritta così a me ricorda una bilancia, una bilancia quanti piatti ha?
88. Classe: Due (*tutti d'accordo*).
89. I: Però io qui (*indico  $5x+6y$* ) vedo un piatto, (*indico 78*) un piatto, (*indico  $9x+3y$* ) un piatto e (*indico 78*) un altro piatto, una bilancia a 4 piatti è un po' strana, non trovate?<sup>22</sup>
90. Pietro: No, è come se ci fossero due piatti in cui sta in equilibrio e in uno c'è  $5x$  e  $6y$  e nell'altro  $9x$  e  $3y$  e si sa che in totale in ogni piatto c'è 78 e 78.<sup>23</sup>
91. I: Rileggiamo il testo del problema insieme. Se io voglio rappresentare la situazione come se fosse una bilancia, che cosa devo inserire sui piatti della bilancia?
92. Pietro: 9 confezioni di matite e 3 confezioni di penne.
93. I: Simona, come lo rappresento tutto questo dal punto di vista matematico?

<sup>17</sup> Perché Giacomo dice così? Credo che la stanchezza stia prendendo il sopravvento.

<sup>18</sup> Suggestisco sempre agli insegnanti di formulare le domande in modo che gli alunni non diano risposte 'secche', ma si sentano responsabilizzati nell'argomentare le proprie risposte. Per esempio: "Qualcuno mi spiega quale di queste quattro versioni è la più comprensibile?". In questo modo si evitano risposte prive di sostanza come (79, 80, 81, 83, 84).


<sup>19</sup> Ho fatto tanta confusione: chiedo la rappresentazione, ma subito dopo chiedo di risolvere. Concordo. Permane la questione irrisolta se gli alunni capiscano cosa si chiede loro. Succede molto spesso così: l'insegnante prosegue verso il suo obiettivo invece che interrompersi per interagire con le affermazioni o le risposte date dalla classe. Questa strategia apparentemente velocizza, ma non porta benefici a nessun livello.

<sup>20</sup> Anche qui Pietro usa un linguaggio del tutto insoddisfacente, che sottende concetti mal digeriti. Cosa intende con "semplificare matite e penne"? L'insegnante non dovrebbe accettare un linguaggio così gergale, altrimenti la classe si abitua ad una 'tolleranza' molto alta verso la verbalizzazione e si adegua di conseguenza. Proseguendo il dialogo (87), l'insegnante avalla implicitamente lo scadente stile espositivo di Pietro.

<sup>21</sup> L'intervento di Pietro, discutibile sul piano della verbalizzazione, come giustamente rileva il commento precedente, avrebbe meritato più attenzione, perché Pietro, partendo da una scrittura assai poco ortodossa, riesce ad individuare il legame che intercorre tra le due incognite. Sarebbe stato opportuno invitarlo a chiarire il senso dell'uguaglianza  $3y=4x$  e magari sottoporla al giudizio dei compagni.

<sup>22</sup> Non so come la classe interpreti la domanda: in che senso 'strana'? L'insegnante sa dove vorrebbe andare a parare, ma gli alunni no. Pietro (90) giustifica la catena di uguaglianze manipolandola e trovando delle giustificazioni (v. [Lettura partigiana del testo](#)).

<sup>23</sup> La mia interpretazione dell'intervento di Pietro (90) è un po' diversa da quella di Giancarlo Navarra. Non vi trovo un intento manipolatorio, mi pare anzi che Pietro colga esattamente il punto. Non usa termini ArAl quali 'forma canonica', 'forma non canonica', perché evidentemente non gli sono abbastanza familiari, ma quando dice 'è come se ci fossero due piatti (in cui sta) in equilibrio e in uno c'è  $5x$  e  $6y$  e nell'altro  $9x$  e  $3y$  e si sa che in totale in ogni piatto c'è 78 e 78' sta di fatto riconoscendo nelle espressioni ' $5x$  e  $6y$ ' (o meglio:  $5x+6y$ ) e ' $9x$  e  $3y$ ' (cioè:  $9x+3y$ ) due forme non canoniche del numero 78, ed proprio grazie a questa considerazione che riesce ad individuare i due piatti della bilancia e a costruire l'equazione  $5x+6y=9x+3y$  da cui ricava, per 'semplificazione', come dice lui, l'uguaglianza ' $3y=4x$ ' (86), chiave della risoluzione. Credo che l'insegnante cercando di tenere insieme molti aspetti contemporaneamente (il significato delle lettere, i segni di relazione tra gli enti, i piatti della bilancia) si lasci sfuggire, tra i molti interventi degli alunni, quelli che potrebbero servire a sbloccare la situazione.

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					6			
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini

94. Simona: Più.  
 95. I: Che cosa scrivo? Kendra?  
 96. Kendra: Più.<sup>24</sup>  
 97. I: Allora io che cosa scrivo?  
 98. Kendra:  $9m+3=...$   
 99. Pietro: Uguale a 5 confezioni di matite.  
 100. I: Che cosa scrivo qui? (*indico il piatto della bilancia sulla lavagna*).  
 101. Pietro:  $5m$  e 6 confezioni di penne<sup>25</sup>  
 102. I:  $5m+6p...$ <sup>26</sup> Rileggiamo: Marta ha acquistato 5 confezioni di matite e 6 confezioni di penne ed i suoi oggetti in totale sono 78...  
 103. Giacomo: Prof, sono riuscito a fare la bilancia.  
 104. I: ... e Arianna ha acquistato 9 confezioni di matite e 3 di penne ed anche lei in totale sono 78. Ripeto: questa situazione va rappresentata per Brioshi in modo da spedirgli quella che è più semplice da risolvere.<sup>27</sup>  
 105. Pietro: Però si possono fare anche le bilance separate.  
 106. I: E come vengono queste due bilance?  
 107. Pietro: Ogni bilancia ha due piatti e sarebbe quella di Johnny.  
 108. I: Cioè?  
 109. Pietro: In un piatto ci metto 5 confezioni di matite e 6 confezioni di penne e nell'altro piatto 78 e nell'altra bilancia 9 confezioni di matite e 3 di penne e nell'altro piatto 78.  
 110. I: Ok, grazie Pietro. Giacomo ha detto che aveva risolto.  
 111. Giacomo: Sì, da una parte ho messo  $5x$  e  $6y$  e dall'altra parte  $9x$  e  $3y$  e ho semplificato<sup>28</sup>  
 112. I: Se io fossi Brioshi e mi vedessi arrivare una cosa come questa (*indico alla lavagna l'uguaglianza  $5x+6y=9x+3y$* ) e anche se capissi che cosa rappresentano  $x$  e  $y$ , osserverei anche che su un piatto della bilancia ho il numero delle matite e il numero delle penne insieme, che sono equivalenti al numero delle matite e al numero delle penne insieme sull'altro piatto.<sup>29</sup>  
 113. Giacomo: Eh, ma io ho semplificato eh.  
 114. Pietro: Anch'io!  
 115. Giacomo:  $5x$  di qua e  $5x$  dall'altra parte e  $3y$  da una parte e  $3y$  dall'altra<sup>30</sup>  
 116. Letizia: 3 confezioni di penne uguale 4 confezioni di matite?  
 117. I: (*indico di nuovo l'uguaglianza a cui stanno facendo riferimento Giacomo e Pietro*) A questa rappresentazione però manca un ente noto che sappiamo dal testo, ma che io non vedo nell'uguaglianza.  
 118. Pietro: 78.  
 119. I: È importante scriverlo 78 nell'uguaglianza?<sup>31</sup>  
 120. Pietro: Sì, ma il 78 poi come lo semplifichi?  
 121. I: Serve che gli enti noti, se così li vogliamo chiamare, che siano un totale di penne o matite o arance vengano messi da qualche parte? Pietro a te sono serviti questi 78 per risolvere il problema?  
 122. Pietro: Sì!  
 123. I: Allora a Brioshi gli va fatto vedere il 78?<sup>32</sup>

<sup>24</sup> Non conosco Simona e Kendra, ma risposte come le loro (94, 96) dovrebbero essere messe in discussione ogni volta che vengono formulate, a maggior ragione in una terza secondaria.

<sup>25</sup> Pietro, nonostante abbia individuato che cosa scrivere sul piatto della bilancia, continua a non indicare le confezioni con le lettere.

<sup>26</sup> Se la traduzione la fa l'insegnante perde efficacia. Gli alunni la sentono distrattamente, non ci fanno caso e non modificano, nemmeno in seguito, il loro atteggiamento.

<sup>27</sup> Lo scopo dovrebbe essere diverso: la classe deve decidere quale delle frasi proposte rappresenta in modo più corretto la situazione problematica da inviare a Brioshi. Si arrangerà lui poi a rispondere o a risolvere, questo aspetto nella fase attuale non è un problema degli alunni (a meno che non si immedesimino in lui e divengano loro risolutori).


<sup>28</sup> Quando Giacomo dice "Ho semplificato" non si tratta di un linguaggio ancora condiviso con la classe, lui fa riferimento alla cancellazione ed utilizza il termine 'semplificato'. Credo che sarebbe opportuno che gli studenti conoscessero il principio di cancellazione e usassero questo termine, invece di un generico 'Semplifico'.

<sup>29</sup> Sarebbe importante far tradurre agli alunni la frase in linguaggio naturale; come ho scritto più volte, se lo fa l'insegnante l'aspetto linguistico-interpretativo perde efficacia.

<sup>30</sup> I due ragazzi sono concentrati sulla risoluzione e non si muovono dalle loro posizioni originarie. Non riesco a spostare l'attenzione fuori dal risultato e a coinvolgere il resto della classe.

<sup>31</sup> Non capisco bene come gli alunni potrebbero inserire 78 nell'uguaglianza  $5x+6y=9x+3y$ .


<sup>32</sup> Purtroppo non mi sono spiegata bene e do per scontato che loro capiscano che è importante che 78 vada scritto su un piatto della bilancia, però forse così facendo li forzo a vedere le equazioni scritte da Johnny (43-44) come le uniche scritte correttamente.

 progetto <b>ArAl</b>	2021/22	<b>Tradurre dal linguaggio naturale al matematico</b>	<b>7</b>									
<i>Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca</i>		<table border="1"> <tr> <td>I</td> <td>I</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>I</td> <td>2</td> <td><b>3</b></td> </tr> </table>	I	I	2	3	4	5	I	2	<b>3</b>	<i>Sara Antonini</i>
I	I	2	3	4	5	I	2	<b>3</b>				

124. Kendra: Secondo me quella di Johnny è la più corretta.

125. I: I 78 oggetti di cartoleria sono enti che si vedono nel problema, ma non in questa rappresentazione (*quella che stanno cercando di risolvere ostinatamente Giacomo e Pietro, ovvero  $5x+6y=9x+3y$* ).

126. *Tutti concordano di sì.*

		2021/22	Tradurre dal linguaggio naturale al matematico					8				
Fucecchio FI – IC Montanelli-Petrarca		I	I	2	3	4	5	I	2	3	Sara Antonini	

127. I: Allora deve comparire da qualche parte 78? <sup>33</sup>
128. Pietro: A me è servito per risolvere...
129. Luigi: È l'unico numero che sappiamo.
130. Pietro: È l'unico numero che può aiutarti a trovare x...
131. Luigi: ... a scoprire...
132. Pietro: A trovare quante ce n'è in ogni confezione, che poi sarebbe x, y.
133. I: Allora alla rappresentazione di Giacomo manca qualcosa (*indico  $5x+6y=9x+3y$  alla lavagna*), perché in questa manca 78, giusto?
134. Classe: Sì.
135. I: Tra queste due (*indico alla lavagna  $5x+6y=9x+3y$  e le due di Johnny (43-44)*) quale è più trasparente? mi sembra che voi siate più d'accordo su questa (*quella di Johnny*).
136. Letizia: Sì, prof, però poi non è una bilancia.
137. Pietro: Sì, sono due.
138. Giacomo: Sono due bilance.
139. Letizia: Eh, però se sono due bilance poi non le puoi semplificare.
140. I: Ancora non abbiamo parlato di semplificazione. Vi volevo chiedere, invece, gli enti sconosciuti in queste due bilance quanti sono?
141. Luigi: Due.
142. I: Bene! E abbiamo due bilance. Quando io ho un ente sconosciuto e una bilancia, la posso trovare la soluzione?
143. Silenzio.
144. I: Ovvero... io e Pietro andiamo al mercato e in totale abbiamo 10 € e lui spende 2 € per l'acqua, quanto ci rimane? In questa situazione c'è un ente sconosciuto e posso scriverlo e lo rappresento con una bilancia e trovo quel che resta. Con due bilance che cosa accade? <sup>34</sup>

<sup>33</sup> L'insegnante torna varie volte sulla necessità che la rappresentazione matematica contenga il numero 78 nella sua forma canonica, ma trovo che questo sia un falso problema. Una volta costruita l'uguaglianza  $5x+6y=9x+3y$ , stabilire se il numero 78 debba o meno comparire nella rappresentazione mi sembra superato. Si potrebbe mettere in discussione, una volta scartate le rappresentazioni ridondanti, poco economiche, quale tra le altre rappresentazioni individuate sia preferibile inviare a Brioshi:  $5x+6y=78$  e  $9x+3y=78$  oppure  $5x+6y=9x+3y$ ? A questo punto si potrebbe ragionare sul fatto che entrambe le proposte sono una traduzione della situazione, ma che la seconda non sarebbe possibile senza le prime due. Condivido le osservazioni. Aggiungo che le prime due scritture sarebbero gestibili (da una classe 'esperta') come un sistema di due equazioni a due incognite, la terza non permetterebbe a Brioshi di trovare il valore delle due incognite.

<sup>34</sup> Il terreno è molto scivoloso. Non vedo particolare interesse in tutti e mi sembra che i pochi che seguono, giustamente, non capiscano dove voglio arrivare. In generale questa attività è stata poco partecipata dall'intera classe e, probabilmente, i pochi che hanno partecipato erano focalizzati a risolvere il problema. Mi fermo perché non ho il tempo di riuscire a spiegare le soluzioni di un sistema di due equazioni a due incognite, ma mi ripropongo di farlo in maniera puramente procedurale in una prossima lezione per mostrare loro come ottenere la soluzione. Non credo che ciò che si ripropone di fare l'insegnante sia d'aiuto. Forzare la mano sul versante procedurale non paga. Come ho scritto in altre occasioni, il docente è il timoniere, ma ai remi ci sono gli alunni e, nel bene e nel male, sono loro che imprimono velocità alla nave. L'insegnante esce scontenta dalla lezione, ma da questo diario si possono trarre spunti di riflessione molto importanti, sui quali torneremo nel nostro prossimo incontro.